



MS-A0002 Matriisilaskenta

Tentti 21.5.2014 klo 16-19

Aalto-yliopisto

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukkokirjoja. *No calculators or tables allowed.*

Tehtävä 1: Tarkastellaan yhtälöä $z^4 = -1$, $z \in \mathbb{C}$.

a) Osoita, että $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ toteuttaa yhtälön. (2 p.)

b) Etsi loput ratkaisut. (4 p.)

Consider the equation $z^4 = -1$, $z \in \mathbb{C}$.

a) Show that $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ satisfies the equation. (2 p.)

b) Find the rest of the solutions. (4 p.)

Tehtävä 2: Etsi Gaussin eliminaation avulla ratkaisu(t) yhtälöryhmälle

Use Gaussian elimination to find the solution(s) for the system

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 + 5x_3 = 4 \end{cases} .$$

Tehtävä 3: a) Oletetaan, että matriiseille A , B ja C pätee $AB = AC$, ja että A ei ole nolamatriisi. Onko totta, että matriisit B ja C ovat välttämättä samat? Todista väite tai etsi vastaesimerkki.

Suppose that $AB = AC$ for matrices A , B and C , and that A is non-zero. Is it true that B must equal C ? Prove the result or find a counterexample.

b) Osoita, että kääntyvän matriisin ominaisarvo ei voi olla nolla.

Show that an invertible matrix cannot have a zero eigenvalue.

Tehtävä 4: Mitkä ovat matriisin

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

ominaisarvojen algebralliset ja geometriset kertaluvut? Voidaanko matriisille muodostaa diagonaalihajotelma? Jos voidaan, tee hajotelma.

What are the algebraic and geometric multiplicities of the eigenvalues of the above matrix? Can the matrix be diagonalized? If yes, diagonalize it.