

Välikoe 1 (19.11.2013 klo 17–19)

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

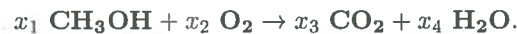
Laskimet ja taulukot eivät ole sallittuja.

Arvostelusta: Tarkastaja pisteittää jokaisen tehtävän asteikolla 0...6. Täydet pisteet voi saada vastauksesta, jossa on harmiton pikkuvirhe. Tehtävästä on mahdollista saada pisteitä, jos vastauksessa on vähänkin asiaa (oikeanlaisia määritelmiä, aiheeseen liittyviä kuvia, laskelmia jne.) — tyhjä vastaus on varmasti nollan pisteen arvoinen.

1. Olkoot  $u, v, x \in \mathbb{R}^3$ , missä 
$$\begin{cases} u = (6/7, 2/7, -3/7), \\ v = (2/7, 3/7, 6/7), \\ x = (19, 11, 2013). \end{cases}$$

- Laske normi  $\|u\|$ .
- Laske ristitulo  $w = u \times v$ .
- Laske  $(x \cdot u)u + (x \cdot v)v + (x \cdot w)w$ , missä  $w = u \times v$ .

2. Määritä pienimmät positiiviset kokonaisluvut  $x_1, x_2, x_3, x_4$  metanolin palamisen reaktiokaavassa



Ratkaise ongelma matriisimuodossa Gaussin eliminointimenetelmällä.

3. Olkoon  $A = P D P^{-1}$ , missä

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & -5 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad D = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}.$$

Etsi yhtälön  $Ax = 8x$  kaikki ratkaisut  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ .

(Huom. Tehtävän voi ratkaista lyhyesti laskematta matriiseja  $P^{-1}$  ja  $A$ . Voit toki laskea nämä matriisit, jos et keksi muuta ratkaisutapaa.)

**First mid-term exam (19.11.2013, 5pm–7pm)**

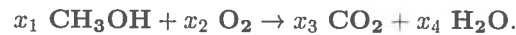
Please fill in the required information onto each answer sheet.

**Calculators and mathematical tables are not allowed.**

About grading: Every exam problem will be graded from 0 to 6 points. Harmless small errors do not prevent from getting maximal points. You will get points if your answer contains at least some information (relevant definitions, pictures, calculations etc) — empty answer is surely worth zero.

1. Let  $u, v, x \in \mathbb{R}^3$ , where 
$$\begin{cases} u = (6/7, 2/7, -3/7), \\ v = (2/7, 3/7, 6/7), \\ x = (19, 11, 2013). \end{cases}$$

- Find norm  $\|u\|$ .
  - Find cross product  $w = u \times v$ .
  - Find  $(x \cdot u)u + (x \cdot v)v + (x \cdot w)w$ , where  $w = u \times v$ .
2. Find the smallest positive integers  $x_1, x_2, x_3, x_4$  in the methanol burning reaction formula



Solve this problem in matrix form by using Gauss' elimination process.

3. Let  $A = P D P^{-1}$ , where

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & -5 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad D = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}.$$

Find all solutions  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$  to equation  $A\mathbf{x} = 8\mathbf{x}$ .

(Remark: This can be solved quickly without finding matrices  $P^{-1}$  and  $A$ . You may compute these matrices, if you don't find other solution method.)