MS-A0006 Matriisilaskenta

Heikkinen/Nummenpalo

Tentti 21.5.2014

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukkokirjoja.

1. a) Muunna kompleksiluku

$$z = \frac{1+2i}{3+4i}$$

muotoon $a+ib$, missä a ja b ovat reaalilukuja.
b) Esitä kompleksiluku $z = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$ polaarimuodossa.
c) Laske $A^T B$, kun

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Etsi matriisin

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 2 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

käänteismatriisi.

3. Diagonalisoi matriisi

$$A = \begin{bmatrix} 11 & -30 \\ 4 & -11 \end{bmatrix}$$

ja laske A^{2014}.

4. Ovatko seuraavat väittämät totta vai tarua? Perustele.

   a) Jos matriisi A on kääntyvä, niin matriisi A^2 on kääntyvä.
   b) Jos matriisi A^2 on kääntyvä, niin matriisi A on kääntyvä.
   c) Kaikille 2×2-matriiseille A ja B pätee $(AB)^T = A^T B^T$.
   d) Kaikille 2×2-matriiseille A ja B pätee $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$.
   e) Jos $\mathbf{u}$ ja $\mathbf{v}$ ovat matriisin A ominaisarvoa λ vastaavia ominaisvektoreita, niin myös $3\mathbf{u} - 4\mathbf{v}$ on A:n ominaisarvoa λ vastaava ominaisvektori.
   f) Ominaisarvon geometrinen kertaluku on aina suurempi tai yhtäsuuri kuin sen algebrallinen kertaluku.