Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos

Alestalo/Karrila

MS-A0101 Differentiaali- ja integraalilaskenta 1

2. välikoe 10.12.2013 klo 17–20.

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin.

1. a) Määritä funktion $\tan x$ derivaatta. (1 p.)
   b) Johda arctan-funktion derivaatan lauseke. (2 p.)
   c) Osoita, että $D(\arctan(x) + \arctan(1/x)) = 0$, kun $x > 0$. (2 p.)
   d) Mikä on lausekkeen $\arctan(x) + \arctan(1/x)$ arvo, kun $x > 0$? (1 p.)

2. a) Normaalijakautuneen satunnaismuuttujan varianssin yhteydessä tarvitaan integraalia
   $$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^2}\,dx.$$
   Laske tämä osittaisintegroimalla, kun tiedetään, että $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,dx = \sqrt{\pi}$.
   Vihje: $x^2e^{-x^2} = x \cdot xe^{-x^2}$.
   b) Laske integraali
   $$\int_0^{\pi^2} \sin(\sqrt{x}\,)\,dx$$
   sijoituksella $x = u^2$.

3. a) Ratkaise differentiaaliyhtälö $y' + 3y = 12$, kun $y(0) = 0$.
   b) Ratkaise differentiaaliyhtälö
   $$y' = \frac{1+y}{x}$$
   alueessa $x > 0$, kun $y(1) = 1$.

4. Määritä differentiaaliyhtälölle $y'' + 3y' - 10y = 12e^x$ sellainen ratkaisu, joka toteuttaa alkuehdot $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.

Lisätieto: Eräitä trigonometristen funktioiden arvoja:

$$\begin{bmatrix} \alpha & -\frac{\pi}{3} & -\frac{\pi}{4} & -\frac{\pi}{6} & 0 & \frac{\pi}{6} & \frac{\pi}{4} & \frac{\pi}{3} \\ \sin(\alpha) & -\sqrt{3}/2 & -1/\sqrt{2} & -1/2 & 0 & 1/2 & 1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/2 \\ \cos(\alpha) & 1/2 & 1/\sqrt{2} & \sqrt{3}/2 & 1 & \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} & 1/2 \\ \tan(\alpha) & -\sqrt{3} & -1 & -1/\sqrt{3} & 0 & 1/\sqrt{3} & 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

TÄRKEÄÄ: Kurssipalautteeseen vastaamisesta saa kaksi (2) **koepistettä**! Muista vastata 17.12. mennessä.