

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin kysytyt tiedot!

1. Mitkä seuraavista väittämistä ovat tosia/ epätosia? Jos väite on tosi, riittää pelkkä toteaminen todeksi. Jos väite on epätosi, anna lyhyt perustelu.

(a) Osittaisintegroimalla nähdään, että pätee

$$\int f(x)dx = xf'(x) - \int xf'(x)dx.$$

(b) Sijoituksella $x = \sin t$ integraali

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

muuntuu muotoon $\int dt$ kun $t \in [-\pi/2, \pi/2]$.

(c) Pätee

$$\int_{-2}^2 \frac{dx}{x^2} = - \int_{-2}^2 \frac{dx}{x} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1.$$

2. Muodosta funktiolle $f : f(x) = \sinh x$ Taylor-kehitemä origon suhteen. Missä kehitelmä on voimassa?

3. Ratkaise yhtälö

$$x^2y' = xy + 2y^2.$$

1. Which of the following statements are true/ false? If the statement is true, it is enough to say that it is true. In case the statement is false give short reasoning.

(a) Integration by parts gives

$$\int f(x)dx = xf'(x) - \int xf'(x)dx.$$

(b) Substitution $x = \sin t$ to integral

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

gives $\int dt$ when $t \in [-\pi/2, \pi/2]$.

(c) The following calculation holds:

$$\int_{-2}^2 \frac{dx}{x^2} = - \int_{-2}^2 \frac{dx}{x} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1.$$

2. Find the Taylor expansion of the function $f : f(x) = \sinh x$ centered at the origin. Where is the expansion valid?
3. Solve the equation

$$x^2y' = xy + 2y^2.$$