

MS-A0104 Differentiaali- ja integraalilaskenta 1

2. välikoe 12.12.2013 klo 9–12.

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin.

1. a) Laske funktion $\tan x$ derivaatta (olettaen funktioiden \sin ja \cos derivaatat tunnetuiksi).
b) Johda funktion $f(x) = \arctan x$ derivaatan lauseke.
2. a) Laske epäoleellinen integraali

$$\int_0^{\infty} e^{-x} dx.$$

- b) Johda osittaisintegrointia käyttämällä palautuskaava

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx = n \int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx, \quad n \geq 1.$$

- c) Päättele a- ja b-kohtien avulla integraalin

$$\int_0^{\infty} x^5 e^{-x} dx$$

arvo.

3. Laske integraalit

$$\int_0^2 20(x-2)^4 dx \quad \text{ja} \quad \int_0^{\pi^2} \sin(\sqrt{x}) dx.$$

Vihje: Jälkimmäiseen voi sijoittaa $x = u^2$.

4. Määritä differentiaaliyhtälön $y''(x) + 4y(x) = x^2$ yleinen ratkaisu.

Lisätieto: Eräitä trigonometrinen funktioiden arvoja:

α	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\sin(\alpha)$	$-\sqrt{3}/2$	$-1/\sqrt{2}$	$-1/2$	0	$1/2$	$1/\sqrt{2}$	$\sqrt{3}/2$
$\cos(\alpha)$	$1/2$	$1/\sqrt{2}$	$\sqrt{3}/2$	1	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{2}$	$1/2$
$\tan(\alpha)$	$-\sqrt{3}$	-1	$-1/\sqrt{3}$	0	$1/\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$