



MS-A0106 / Syksy 2013

Välikoe 1, ke 20.11.2013

Aalto-yliopisto

---

Ei laskimia eikä taulukkokirjoja. Välivaiheita ja perusteluja näkyviin.

**Tehtävä 1:** Ovatko seuraavat väittämät tosia vai epätosia? Perustelee.

a) Jos  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ , niin  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  suppenee.

b) Jos  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  suppenee, niin  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ .

c) Sarja  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$  suppenee.

**Tehtävä 2:**

a) Selitä mitä sanoo vertailutesti ja miksi se ei toimi vaihtuvamerkkisille sarjoille. (Vertailutestiä ei tarvitse todistaa.)

b) Osoita vertailutestin avulla, että sarja  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n^3 + 1}$  hajaantuu.

**Tehtävä 3:**

a) Oletetaan, että  $\cos(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ . Määritä kertoimet  $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ .

b) Määritä a-kohdan tuloksen perusteella raja-arvo  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x) - x^2/2}{x}$ .