Aalto-yliopisto

MS-A0106 / Syksy 2013
Välikoe 2 (+ 1. uusinta), to 12.12.2013

Ohjeet:

- ei laskimia eikä taulukkokirjoja
- perusteluja ja välivaiheita näkyviin
- välikoe 2 palautetaan **erikseen** viimeistään klo **11:00**
- välikoe 1 palautetaan **erikseen** viimeistään klo **12:00**
- merkitse vastauspaperin alkuun **1. välikoe** tai **2. välikoe**
- välikoe 2: tehtävät 1–3 (sivu 2), välikoe 1: tehtävät 4–6 (sivu 3)
- kaikki tehtävät ovat kuuden pisteen arvoisia, alakohdat tasa-arvoisia
- tehtävät eivät välttämättä ole vaikeusjärjestyksessä.

A? Aalto-yliopisto

MS-A0106 / Syksy 2013

Välikoe 2, to 12.12.2013 klo 9:00–11:00

Tehtävä 1:

a) Esitä raja-arvo $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}\sqrt{\frac{i}{n}}$ määrättynä integraalina ja laske se.

b) Laske $\int_3^4 x\sqrt{25-x^2}\,dx$.

c) Laske $\int_0^{\pi} x\sin(x)\,dx$.

Tehtävä 2:

a) Mihin numeerista integrointia tarvitaan? Mainitse kaksi tilannetta.

b) Mitä tarkoitetaan Trapetsoidi- ja Simpsonin menetelmillä?

c) Mitä tarkoitetaan potenssisarjamenetelmällä ja millaiseen tilanteeseen (vrt. a-kohta) se soveltuu?

Tehtävä 3:

a) Anna esimerkki fysikaalisen tilanteen mallintamisesta differentiaaliyhtälöllä.

b) Ratkaise funktio $y(x)$ differentiaaliyhtälöstä $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y^2+1}$.

c) Tarkenna b-kohdan ratkaisua, kun lisäksi vaaditaan $y(0) = 3$.

Aalto-yliopisto

MS-A0106 / Syksy 2013

Välikoe 1, to 12.12.2013 klo 9:00 – 12:00

Tehtävä 4:

a) Laske integraali $\int_1^\infty \frac{1}{x^2}\,dx$ eli $\lim_{R\to\infty} \int_1^R \frac{1}{x^2}\,dx$.

b) Integraalista a-kohdassa tulee äärellinen luku. Piirrä kuva ja perustele miksi tästä seuraa, että sarja $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ suppenee.

Tehtävä 5: Tutki suppeneeko vai hajaantuuko

$$\text{a)}\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+5)!}{n!\,5^n} \qquad \text{b)}\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n(\sqrt{n+3}-\sqrt{n})\,.$$

Tehtävä 6:

a) Lähtökohtana potenssisarja $\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$, voimassa kun $|x| < 1$, määritä funktion $f(x) = \frac{1}{3+2x}$ potenssisarjaesitys suppenemisväleineen.

b) Määritä raja-arvo $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x}$ käyttämällä eksponenttifunktion potenssisarjaesitystä.