

Aaltouniversitetet

Björn Ivarsson, 050-4067 832

Mellanföreläsning 1, onsdag 20.11.2013 kl 1700 - 1900

Differential- och integralkalkyl 1, MS-A0109.

Hjälpmiddel: Skrivdon.

Motivera dina lösningar! Att endast lämna svar ger inga poäng. **Notera att det finns uppgifter på baksidan också!**

- (1) (a) Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{x^2}$$

(2p)

- (b) Konvergerar eller divergera

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n} ?$$

(2p)

- (c) Konvergerar eller divergera

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \sqrt{n}}{3^n + (-1)^n} ?$$

(2p)

- (2) Låt $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vara

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{då } x = 1/n, n = 1, 2, 3, \dots \\ x^2 & \text{annars.} \end{cases}$$

- (a) Är $f(x)$ kontinuerlig i $x = 0$? (3p)

- (b) Om f är kontinuerlig i $x = 0$ är f deriverbar där? Om f inte är kontinuerlig i $x = 0$ är diskontinuiteten hävbar? (3p)

- (3) En rektangel med sidor parallella med koordinataxlarna har sina hörn på en ellips

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

där $a, b > 0$. Vad är den största area rektangeln kan ha? (6p)

(4) Låt

$$f(x) = (1 + x)^{1/3}.$$

- (a) Beräkna Taylorpolynomet av grad 3 kring $c = 0$ för $f(x)$.
(3p)
- (b) Använd Taylorpolynomet från (a) för att approximera $\sqrt[3]{2}$.
Ange också hur stort felet högst är. Svara med bråk! (3p)

Lycka till!