

MS-A0203 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (ELEC1)

Tentti 4.9.2014

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin.

1. Laske spiraalinpätkän

$$\begin{cases} x(t) = e^{-t} \cos t, \\ y(t) = e^{-t} \sin t, \end{cases}$$

kaarenpituus, jossa parametri $t \in [0, \tau]$. Mitä tapahtuu kun $\tau \rightarrow \infty$?

2. Määritä pinnan $x^3 + 3x^2y + y^2 + 2z = 15$ normaalivektori pisteessä $(1, 2, 0)$.

3. Olkoon

$$f(x, y) = \frac{xy}{x+y},$$

kun $x > 0$, $y > 0$.

a) Laske osittaisderivaatat f_x ja f_y pisteessä $(1, 2)$.

b) Funktion f arvojen muutokselle Δf pisteen $(1, 2)$ lähellä voidaan lineaarisen approksimaation (eli differentiaalilin) avulla johtaa epäyhtälö

$$|\Delta f| \leq |f_x(1, 2)| \cdot |\Delta x| + |f_y(1, 2)| \cdot |\Delta y|.$$

Sovella kaavaa tapauksessa $x \approx 1 \pm 0,01$ ja $y \approx 2 \pm 0,02$.

4. Määritä funktion $f(x, y, z) = 2x - 4y + 8z$ suurin ja pienin arvo pallopinnalla $x^2 + y^2 + z^2 = 21$.

5. Piirrä kuvio tasojoukosta $D = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 2, x^2 \leq y \leq x + 2\}$. Laske sen pinta-ala

$$A = \iint_D dA.$$

ja integraali

$$\iint_D y dA.$$