

MS-A0205 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2

1. välikoe 29.01.2014 klo 17:00-19:00.

Vain kirjoitusvälineet sallittu — ei laskimia, ei taulukoita.

1. Laske raja-arvo

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y)$$

tai osoita ettei sitä ole olemassa. Tehtävänannon funktiot ovat jatkuvia määrittelyjoukossaan  $\mathbb{R} \setminus \{(0,0)\}$ . Voidaanko  $f$  laajentaa jatkuvasti origoon?

(a)  $f(x,y) = \frac{2xy}{x^2+y^2}$

(b)  $f(x,y) = \frac{x^4y}{x^4+y^2}$

2. Laske lineaarista approksimaatiota käyttäen likiarvo  $f(P)$ :lle. Sovita linearisaatio pisteeseen jossa  $P$ :n kukin koordinaatti on pyöristetty lähimpään kokonaislukuun. Perustele lisäksi miksi  $f$  on differentioituva pisteessä  $P$ .

(a)  $f(x,y) = \sqrt{2x^2 + e^{2y}}$ ,  $P = (2.2, -0.2)$

(b)  $f(x,y,z) = \sin(xy + z^2)$ ,  $P = (1.01, -0.98, 1.02)$

3. Olkoon  $f(x,y) = x^2 + y^2$ .

(a) Parametrisoi pintojen  $x^2 + y^2 + 2z^2 = 1$  ja  $z = f(x,y)$  leikkaus. Anna vastaus vektoriarvoisena funktiona, jonka kuvaaja vastaa leikkauskäyrää.

(b) Määritä normaali- ja tangenttivektori pisteessä  $(1, 2)$  sille funktion  $f$  tasa-arvokäyrälle joka kulkee pisteen  $(1, 2)$  kautta.