Aalto-yliopisto

MS-A0206 / Kevät 2014

Välikoe 1, ke 29.1.2014

Ei laskimia eikä taulukkokirjoja.

Tehtävä 1: Tarkastellaan $\mathbb{R}^3$:n vektoreita $\mathbf{u} = (2, 1, 3)$ ja $\mathbf{v} = (-1, 1, 1)$.

a) (4p) Määritä vektorin $\mathbf{u}$ skalaari- ja vektoriprojektio vektorille $\mathbf{v}$. Mitä skalaari- ja vektoriprojektioilla tarkoitetaan graafisesti? (Piirrä kuva.)

b) (2p) Määritä $\mathbb{R}^3$:n vektori, joka on kohtisuorassa sekä vektoria $\mathbf{u}$ että vektoria $\mathbf{v}$ vastaan.

Tehtävä 2: Tarkastellaan funktiota $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^2 + y^2$.

a) (1p) Piirrä tasa-arvokäyrä $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : f(x, y) = 2\}$.

b) (3p) Määritä pinnalle $z = f(x, y)$ normaalivektori pisteessä $(1, 1, f(1, 1))$.

c) (2p) Tulkitaan $f(x, y)$ tason lämpötilaksi pisteessä (x, y). Hyönteinen liikkuu tasossa siten, että sen paikka hetkellä t on (t^2, t^3). Määritä hyönteisen kokeman lämpötilan muutosnopeus pisteessä $(4, 8)$.

Tehtävä 3: Tarkastellaan funktiota $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $F(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz - 4$.

a) (2p) Miksi tasa-arvojoukko $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : F(x, y, z) = 0\}$ voidaan pisteen $(1, 1, 2)$ ympäristössä esittää kahden muuttujan funktiona $z = f(x, y)$?

b) (4p) Määritä a-kohdan funktiolle $\nabla f(1, 1)$.