

MS-A0503 Todennäköisyyslaskennan ja tilastotieteen peruskurssi

2. välikoe 17.2.2014 / Aro

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin seuraavat tiedot:

- MS-A0503 2. vk 17.2.2014
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- nimikirjoitus

Sallitut apuvälineet: *Laskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.*

Vastausohje: *Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustelee ratkaisusi. Pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä.*

1. Tehdas valmistaa marmorikuulia. Kuulien paino vaihtelee satunnaisesti noudattaen normaalijakaumaa. Kuulien joukosta poimittiin yksinkertainen satunnaisotos. Otoskeskiarvoksi saatiin tällöin 50 g. Tehdään (epärealistinen) oletus, että normaalijakauman varianssi 0.0025 g^2 on tunnettu.

Määrää 95 %:n luottamusväliä kuulien painon odotusarvolle, jos otoskokona oli

- (a) 10
- (b) 40

Vertaa saatujen luottamusvälien pituuksia toisiinsa. Miten luottamusvälin pituus käyttäytyy otoskoon funktiona?

2. Tutkimuslaitos on julkaissut lukuja, jotka kertovat kuinka monta kilowattituntia eri kodin sähkölaitteet kuluttavat vuosittain. Luvut väittävät, että pölynimuri kuluttaa keskimäärin 46 kilowattituntia vuodessa.

Valitaan 12 pölynimurin suuruinen yksinkertainen satunnaisotos ja kirjataan imurien vuosittainen kilowattituntien kulutus. Aritmeettiseksi keskiarvoksi saadaan $\bar{x} = 42$ ja otosvariانسiksi $s^2 = 141.61$. Testaa nollahypoteesia, että pölynimurit kuluttavat keskimäärin 46 kilowattituntia vuodessa, kun vaihtoehtoisena hypoteesina on, että pölynimurit kuluttavat keskimäärin vähemmän kuin 46 kilowattituntia vuosittain. Käytä testissä 5 %:n merkitsevyystasoa.

Oleta, että pölynimurin vuosittain kuluttamien kilowattituntien määrä on normaalijakautunut.

3. Jotkut kuluttajat uskovat, että maanantaisin valmistetut autot sisältävät todennäköisemmin vakavia vikoja kuin muina viikonpäivinä valmistetut. Tämän teorian tueksi poimitaan maanantaina valmistetuista autoista tarkastettavaksi sadan auton suuruinen yksinkertainen satunnaisotos. Näistä autoista kahdeksan havaitaan sisältävän vakavia vikoja. Muina viikonpäivinä valmistetuista autoista poimitusta 200 auton suuruisesta yksinkertaisesta satunnaisotoksesta löydetään 12 autoa, joissa on vakavia vikoja.

Testaa 1% merkitsevyystasoa käyttäen hypoteesia, jonka mukaan vakavia vikoja sisältävien autojen suhteellinen osuus on suurempi maanantaina valmistettujen autojen joukossa kuin muina viikonpäivinä valmistettujen autojen joukossa.

4. Alla olevassa taulukossa on annettu muuttujien y ja x havaitut arvot. Havainnoista estimoidaan PNS-menetelmällä tavallinen lineaarinen regressiomalli:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \varepsilon_i : N(0, \sigma^2), i = 1, 2, \dots, n$$

jossa selitettävänä muuttujana on y ja selittävänä muuttujana on x .

- (a) Määrittää regressiokertoimien β_0 ja β_1 PNS-estimaatit ja regressiosuoran yhtälön.
(b) Määrittää estimoidun mallin selitysaste, R^2 .
(c) Mikä on estimoidun mallin residuaali pisteessä $x = 0$?

i	1	2	3	4	5
y	1	1	0	0	-1
x	-1	0	1	2	3