

**A?****Kompleksianalyysi / Kevät 2014****Välikoe 1, ma 27.1.2014 klo 17–19****Aalto-yliopisto**

Kokeessa saa käyttää laskinta. Laskujen välivaiheet on kirjoitettava käsin näkyviin. Taulukkokirjoja ei sallita.

**Tehtävä 1:**

(a) Määritä

$$\operatorname{Im} \left( \frac{1}{z} \right),$$

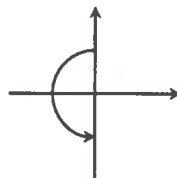
kun  $z = x + iy$ .(b) Etsi yhtälön  $z^5 + i = 0$  kaikki ratkaisut kompleksitasossa.(c) Onko funktio  $f(z) = e^{-x}(\cos y - i \sin y)$ , missä  $z = x + iy$ , analyyttinen jossakin alueessa  $D \subset \mathbb{C}$ ? Perustele vastauksesi.**Tehtävä 2:** Ovatko seuraavat funktiot harmonisia? Jos kyllä, etsi harmoninen konjugaattifunktio.

(a)  $u(x, y) = x^2 - 2xy + y^2,$

(b)  $u(x, y) = -3x(y + 1)^2 + x^3.$

**Tehtävä 3:** Laske kompleksinen polkuintegraali

$$\int_C \operatorname{Im} z \, dz,$$

kun  $C$  on(a) jana pisteestä  $-i$  pisteeseen  $i$ ,(b) pisteestä  $i$  pisteeseen  $-i$  origokeskinen puoliympyrän kaari vasemmalla puolitasolla.

Kuva 1: Kohdan b polku.