# TENTTI, MATRIISILASKENTA, MS-A0002

- **Aika**: Perjantai 24.2.2023, 16:30 - 19:30
- **Apuvälineet**: Yksi sivu (A4) opiskelijan itse käsin kirjoittamia muistiinpanoja, merkattu opiskelijan nimellä.
- Kirjoita eri tehtävien vastaukset eri sivuille. Joka tehtävästä saa maksimissaan 4 pistettä.
- Perustele vastauksesi huolellisesti. Perustelemattomista vastauksista ei saa pisteitä.
- Onnea, pidä hauskaa! /Ragnar

## TEHTÄVÄ 1

Olkoon $A$ $(n \times n)$-matriisi, jonka ominaisarvot ovat $0, 1, 2, \ldots, n-1$. Vasta jokaiselle alla olevalle lauseelle, onko se vältämättä tosi, vältämättä epätosi, vai saattaako se olla joko tosi tai epätosi.

a) $A$ on käännettävä.
b) $A$ on diagonalisoitava.
c) Yhtälöllä $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ on äärettömän monta ratkaisua.
d) Yhtälöllä $A\mathbf{x} = \mathbf{x}$ on äärettömän monta ratkaisua.

## TEHTÄVÄ 2

Tutkitaan avaruudessa oleva kolmio, jonka kärjet ovat pisteissä $(1,0,0)$, $(0,2,0)$ ja $(0,0,3)$. Laske tämän kolmion pinta-ala.

## TEHTÄVÄ 3

Olkoon $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$. Etsi kaikki sellaiset matriisit $B$, että $AB = \begin{pmatrix} -4 & -8 \\ 8 & 12 \end{pmatrix}$.

## TEHTÄVÄ 4

Näytä että vektorit

$$\mathbf{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{b}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \mathbf{b}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}$$

muodostavat avaruuden $\mathbb{R}^3$ kannan. Esitä luonnolliset kantavektorit $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_3$ tässä kannassa.

## TEHTÄVÄ 5

Olkoon $V = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 : x_1 = x_2 = x_3 + x_4\}$

a) Kirjoita $V$ jonkin matriisin nollaavaruutena (eli ytimenä).
b) Etsi avaruuden $V$ kanta.
c) Kirjoita $V$ jonkin matriisin sarakeavaruutena.
d) Etsi vektorin $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ projektio avaruuteen $V$.