



Aalto-yliopisto

Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos

Tentti 20.2.2023 klo. 9-12

Malinen/Särkiö

MS-A0205 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (ENG)

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä **kaikki** otsaketiedot kuten nimesi ja opiskelijanumerosi kaikkiin vastauspapereihin.

Viisi parasta tehtävää otetaan mukaan arvosteluun. Jokainen voi halutessaan yrittää kuutta tehtävää, mutta arvosana määräytyy viiden parhaan tehtävän pisteistä ($\max = 5 \cdot 6 = 30$).

1. Tarkastellaan spiraalia $x = e^{-t} \cos(t)$, $y = e^{-t} \sin(t)$, kun $t \in \mathbb{R}$.
 - a) Määritä parametrin arvoa $t = \pi$ vastaava käyrän tangenttivektori. (2p)
 - b) Laske spiraalin kierroksen $0 \leq t \leq 2\pi$ kaarenpituus. (4p)
2. Määritä pinnan $x^3 + 3x^2y + y^2 + 2 \cos z = 13$ pisteessä $(1, 2, 0)$ se yksikkönormaalivektori, joka tekee positiivisen z -akselin kanssa terävän kulman.
3. Tarkastellaan funktiota f , jolle

$$f(x, y) = \frac{\sin(xy^2)}{xy},$$

kun $x > 0$ ja $y > 0$. Määritä funktion f raja-arvot positiivisilla koordinaattiakseleilla eli pisteissä $(x_0, 0)$ ja $(0, y_0)$, kun $x_0 > 0$ ja $y_0 > 0$.

Vihje: sini-funktion polynomiapproksimaatiosta tai l'Hospitalin säännöstä voi olla hyötyä.

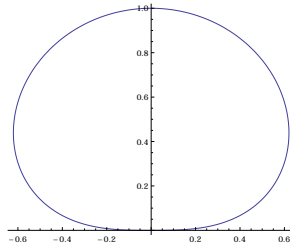
KÄÄNNÄ!

4. Määritä funktion

$$f(x, y, z) = x + 2y + \frac{z^2}{2}$$

suurin ja pienin arvo pallopinnalla $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ käyttämällä Lagrangen menetelmää.

5. Laske napakoordinaatistossa annetun lässähtäneen laskiaispullan poikki-leikkauksen $r = \sqrt{\sin \theta}$, $0 \leq \theta \leq \pi$, pinta-ala.



Kuva 1: Lässähtänyt laskiaispulla.

6. Piirrä kuvio joukosta $D = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 2, x^2 \leq y \leq x + 2\}$. (1p)

Laske joukon D pinta-ala

$$A = \iint_D dA \quad (2p)$$

ja integraali

$$I = \iint_D y dA. \quad (2p)$$

Mikä fysikaalinen merkitys on luvulla $\bar{y} = I/A$? (1p)

KÄÄNNÄ!