ELEC-C3220 Kvantti-ilmiöt, kevät 23 **Välikoe 1, 17.4.2023**

opettaja: Matti Raasakka

Koeohjeet

- Kolme pakollista tehtävää. Max 6p/tehtävä. Kokeen kesto 3h.
- Kokeesta saa poistua aikaisintaan 35 minuuttia kokeen alkamisen jälkeen.
- Kirjoitusvälineet ja muistilappu sallittu kokeen aikana. Muut apuvälineet kielletty.
- Muista perustella ja selittää ratkaisujasi myös sanallisesti!
- Kun olet saanut kokeen valmiiksi, tarkista, että nimesi on kaikissa vastauspapereissa. Palauta sitten vastauspaperit salin eteen valvojalle, ja varaudu todistamaan henkilöllisyytesi. Palautettuasi vastauspaperit, poistu salista häiritsemättä muiden koesuoritusta.

Tehtävä 1

Selitä seuraavat käsitteet yhdellä tai kahdella kokonaisella lauseella. (1p/kohta)
a) mustan kappaleen säteilyn UV-katastrofi **b)** aaltohiukkasdualismi **c)** kaksoisrakokoe
d) kvanttimekaniikan mittausongelma **e)** komplementaariset suureet **f)** kvanttiparallelismi

Tehtävä 2

Tarkastellaan kvanttihiukkasta (massa m) yksiulotteisessa äärettömässä potentiaalikaivossa (leveys L). Hiukkasen energian ominaistilojen $|\phi_n\rangle$ aaltofunktiot saavat välillä $[0,L]$ arvot

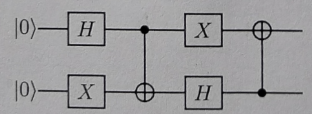
$$\phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right) ,$$

missä $n = 1,2,3,\ldots$ on energian kvanttiluku. Välin $[0,L]$ ulkopuolella aaltofunktio häviää, eli saa arvon nolla. Hamiltonin operaattorin ominaisarvot ovat $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2mL^2}$. Ajanhetkellä $t = 0$ hiukkasen tilaa kuvaa tilavektori $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|\phi_1\rangle - i\sqrt{\frac{2}{3}}|\phi_2\rangle$.

a) Laske hiukkasen energian odotusarvo ja varianssi. (3p)
b) Muodosta hiukkasen aaltofunktio mielivaltaisella ajanhetkellä $t = T$. (3p)

Tehtävä 3

Tarkastellaan alla olevaa kvanttipiiriä.



a) Selvitä piirin lopputila. (2p)
b) Ovatko kubitit kietoutuneet keskenään lopputilassa? Perustele. (2p)
c) Laske suureen X odotusarvo piirin alemmalle kubitille lopputilassa. (2p)

VINKKI: Sekä portti X että havaintosuure X voidaan määritellä sen avulla, miten se kuvaa yhden kubitin kantatilat: $X|0\rangle = |1\rangle$ and $X|1\rangle = |0\rangle$.

ELEC-C3220 Quantum phenomena, spring 23 **Midterm 1, 17.4.2023**
teacher: Matti Raasakka

Instructions

- Three compulsory problems. Max 6p/problem. Exam duration 3h.
- You can leave the exam earliest 35 minutes after it started.
- Writing equipment and cheat sheet allowed. Other tools prohibited.
- Remember to explain your solutions in writing as well as with calculations.
- When you are finished with the exam, check that you have written your name on all the answer sheets. Then return all the papers to the exam supervisor in front of the lecture hall. Prepare to prove your identity, when you return the papers. After returning the papers, exit the lecture hall without disturbing others.

Problem 1

Explain the following concepts with one or two full sentences. (1p/concept)
a) UV catastrophy in blackbody radiation **b)** wave-particle duality **c)** double-slit experiment
d) measurement problem **e)** complementary variables **f)** quantum parallelism

Problem 2

Consider a quantum particle (mass m) in one-dimensional infinite potential well (width L). The wavefunctions for the energy eigenstates $|\phi_n\rangle$ of the particle in the interval $[0,L]$ are described by the functions

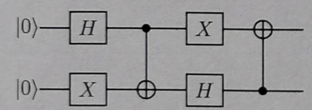
$$\phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right),$$

where $n = 1,2,3,\dots$ is the quantum number of energy. Outside the interval $[0,L]$ the wavefunctions vanish. The eigenvalues of the Hamiltonian operator are $E_n = \frac{\pi^2\hbar^2 n^2}{2mL^2}$. At time $t=0$ the state of the particle is described by the state vector $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|\phi_1\rangle - i\sqrt{\frac{2}{3}}|\phi_2\rangle$.

a) Calculate the expectation value and the variance of the particle's energy. (3p)
b) Form the wavefunction of the particle at an arbitrary time $t = T$. (3p)

Problem 3

Consider the quantum circuit depicted below.



a) Find the final state of the circuit. (2p)
b) Are the two qubits entangled in the final state? Explain your answer. (2p)
c) Compute the expectation value of the observable X for the lower qubit in the final state. (2p)

HINT: Both the gate X and the observable X are defined by the following action on the single-qubit computational basis states: $X|0\rangle = |1\rangle$ and $X|1\rangle = |0\rangle$.