



Matriisilaskenta (CHEM,ELEC,ENG)

MS-A0004

Hakula/Kohonen

Kurssitentti, 19.10.2023



Tämä kurssitentti on osa kokonaisarvostelua. Moniosaisten tehtävien osien painoarvo on sama ellei muuta ole erikseen osoitettu. Kokeessa ei saa käyttää laskimia.

TEHTÄVÄ 1 Olkoot

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Osoita, että matriisin A sarakkeet ovat lineaarisesti riippumattomat.
(b) Näytä, että vektori $x = (1 \ 2 \ 3)^T$ on yhtälöryhmän $Ax = b$ ratkaisu.

TEHTÄVÄ 2 Olkoot

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \end{pmatrix},$$

missä $\alpha \in \mathbb{R}$. Etsi yhtälöryhmän $Ax = b$ kaikki ratkaisut.

TEHTÄVÄ 3 Olkoon

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

säännöllinen. Etsi eräs hajotelma $PA = LU$.

TEHTÄVÄ 4 (4p) Muodosta reaalin ja symmetrinen matriisi A , jonka ominaisarvot ovat $\lambda_1 = 1$ ja $\lambda_2 = 1/2$ ja niitä vastaavat ominaisvektorit

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

(2p) Määritä raja-arvo

$$\lim_{k \rightarrow \infty} A^k.$$