

MS-A0203 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (ELEC1)

MS-A0205 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (ENG1)

MS-A0206 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (ENG2)

Tentti 7.9.2017

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin.

1. Laske spiraalinpätjän

$$\begin{cases} x(t) = e^{-t} \cos t, \\ y(t) = e^{-t} \sin t, \end{cases}$$

kaarenpituus, jossa parametri  $t \in [0, \tau]$ . Mitä tapahtuu kun  $\tau \rightarrow \infty$ ?

2. Määritä pinnan  $x^3 + 3x^2y + y^2 + 2z = 15$  normaalivektori pisteessä  $(1, 2, 0)$ .

3. Olkoon

$$f(x, y) = \frac{xy}{x+y},$$

kun  $x > 0$ ,  $y > 0$ .

a) Laske osittaisderivaatat  $f_x$  ja  $f_y$  pisteessä  $(1, 2)$ .

b) Funktion  $f$  arvojen muutokselle  $\Delta f$  pisteen  $(1, 2)$  lähellä voidaan lineaarisen approksimaation (eli differentiaalilin) avulla johtaa epäyhtälö

$$|\Delta f| \leq |f_x(1, 2)| \cdot |\Delta x| + |f_y(1, 2)| \cdot |\Delta y|.$$

Sovella kaavaa tapauksessa  $x \approx 1 \pm 0,01$  ja  $y \approx 2 \pm 0,02$ .

4. Määritä funktion  $f(x, y, z) = 2x - 4y + 8z$  suurin ja pienin arvo pallopinnalla  $x^2 + y^2 + z^2 = 21$ .

5. Piirrä kuvio tasojoukosta  $D = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 2, x^2 \leq y \leq x + 2\}$ .  
Laske sen pinta-ala

$$A = \iint_D dA.$$

ja integraali

$$\iint_D y dA.$$