

1. Selitä LYHYESTI mutta ytimekkäästi
- Termodynamiikan pääsäännöt.
  - Faasidiagrammi.
  - Ekvipartitioteoreema.
  - Kvanttistatistiikan klassinen raja.
  - Mayer-kehitemä (viriaalikerhoimet).
  - Efektiivinen kenttä.
2. Olkoon magneettisen järjestelmän tilamuuttujina vuontiheys  $B$ , magnetoituminen  $M$ , lämpötila  $T$  ja entropia  $S$ .
- Kirjoita termodynaamisten potentiaalien ( $U$ ,  $H$ ,  $F$ ,  $G$ ) differentiaalit ja Maxwellin relaatiot.
  - Johda yhtälöt:

$$TdS = C_M dT - T \left( \frac{\partial B}{\partial T} \right)_M dM = C_B dT + T \left( \frac{\partial M}{\partial T} \right)_B dB$$

$$C_B - C_M = T \frac{\left[ \left( \frac{\partial M}{\partial T} \right)_B \right]^2}{\left( \frac{\partial M}{\partial B} \right)_T}$$

3. a) Olkoon hiukkasen spin  $1/2$ . Stern-Gerlach-suodatin päästää läpi vain hiukkaset, joille  $S_z = +1/2$ . Myöhemmin mitataan  $S_x$ . Mikä on keskiarvo ja keskihajonta?
- b) Stern-Gerlach-suodatin läpäisee hiukkaset, joille  $S_z = +1/2$  ja  $S_z = -1/2$  todennäköisyyksillä  $P_+$  ja  $P_-$ . Tällöin yleensä oletetaan, että tiheysmatriisi on

$$\hat{\rho}(0) = \begin{pmatrix} P_+ & 0 \\ 0 & P_- \end{pmatrix}.$$

Onko oletus hyvin perusteltu.

4. a) Johda kanonisen joukon tiheysoperaattori ja partitiofunktio maksimoimalla entropian lauseke  $S = -k_B \text{Tr}(\hat{\rho} \ln \hat{\rho})$  siten, että ehdot  $\text{Tr}(\hat{\rho}) = 1$  ja  $\text{Tr}(\hat{\rho} \hat{H}) = U$  toteutuvat.
- b) Olkoon  $f_k$  tilan  $k$  keskimääräinen miehitysluku. Tilan  $k$  energia olkoon  $\epsilon_k$ . Tarkastellaan suurkanonista joukkoa. Osoita, että Bose- ja Fermi-jakauma maksimoivat seuraavan entropian lausekkeen sopivin reunaehdoin:

$$\frac{S^\mp}{k_B} = - \sum [f_k \ln(f_k) \pm (1 \mp f_k) \ln(1 \mp f_k)]$$

Vastaako + tapaus Bose- vai Fermi-jakaumaa?