

Tfy-44.127 STATISTINEN FYSIIKKA JA TERMODYNAMIIKKA

Tentti 24.5.1995. Luentosali F1, klo 9-12.

Martti Salomaa

Tehtävä 1: *Termodynamiikka*

Tarkastellaan magneettista systeemiä, jonka mahdolliset tilamuuttujat ovat magneettikenttä B , magnetoituma M , lämpötila T ja entropia S .

- (a) Kirjoita termodynaamisten potentiaalien U , F , H ja G eksakti differentiaali ja vastaavat Maxwellin relaatiot.
- (b) Johda yhtälöt: $TdS = C_M dT - T \left(\frac{\partial B}{\partial T} \right)_M dM = C_B dT + T \left(\frac{\partial M}{\partial T} \right)_B dB$,
sekä: $C_B - C_M = T \frac{(\partial M / \partial T)_B^2}{(\partial M / \partial B)_T}$.

Tehtävä 2: *Kineettinen teoria*

Tarkastele klassisen kaasun jakaumafunktion $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$ aikakehitystä 6-ulotteisessa μ -avaruudessa.

- (a) Johda törmäyksettömässä tilanteessa tulos: $\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \nabla_{\vec{r}} + \vec{F} \cdot \nabla_{\vec{p}} \right) f(\vec{r}, \vec{p}, t) = 0$.
- (b) Johda Boltzmannin yhtälö: integrodifferentiaaliyhtälö, joka kuvaa jakaumafunktion kehitystä binääristen törmäysten vaikutuksen alaisena.
- (c) Klassisen kaasun Maxwellin-Boltzmannin jakauman $f_0(\vec{p})$ matemaattinen lauseke.

Tehtävä 3: *Suurkanoninen joukko*

Käsittele Maxwell-Boltzmann jakautunutta ideaalikaasua suurkanonisen *ensemble*-keskiarvon avulla:

- (a) Laske suurkanoninen partitiofunktio $Z(T, V, z) = \sum_N z^N Z_N$.
- (b) Ratkaise yhtälö $N = \langle \hat{N} \rangle = z \frac{\partial}{\partial z} \ln Z$.
- (c) Sijoita ratkaisu yhtälöön $pV/kT = \ln Z$, jolloin saat ideaalikaasun tilanyhtälön.

Tehtävä 4: *Bose/Fermi-statistiikka*

Osoita aloittamalla partitiofunktioista, että Bosen-Einsteinin ja Fermi-Diracin ideaalikaasujen entropiat ovat muotoa

$$S = -k_B \sum_i \left[\langle n_i \rangle \ln \langle n_i \rangle \mp (1 \pm \langle n_i \rangle) \ln (1 \pm \langle n_i \rangle) \right],$$

missä ylemmät/alemmat etumerkit ovat bosoneille/fermioneille.

Tehtävä 5: *Kriittiset ilmiöt*

Landaun faasimuutosteoria.

Onnea Tenttiin !!!