

Tfy-44.130 Kvanttimekaniikka II

Tentti 26.9.1995, klo 12 - 15, sali F1

Martti Salomaa

Tehtävä 1: Atomit ja Molekyylit

(a) Johda Thomas-Fermi yhtälö:

$$\sqrt{x} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \Phi^{3/2}; \quad \Phi(0) = 1.$$

- (b) Mikä on TF yhtälön asymptoottinen käyttäytyminen, kun $x \rightarrow \infty$?
- (c) Born-Oppenheimerin approksimaation periaate.
- (d) Tarkastellaan tyypillistä molekyyliä. Arvioi karakteristinen elektroninen energia, molekyylin vibraatioenergia ja molekyylin rotaatioenergia. (Käytä hyväksesi Heisenbergin epämääräisyysperiaatetta, tunnettuja pituuksia sekä harmonista oskillaattoria.)

Tehtävä 2: Toinen kvantisointi

Osoita suoraan laskemalla, että vuorovaikuttavan elektronikaasun Hamiltonin operaattori säilyttää elektronien lukumäärän: $[\hat{H}, \hat{N}] = 0$, missä:

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \hat{H}_1 + \hat{H}_2, \\ \hat{H}_1 &= \sum_{k\sigma} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma}, \\ \hat{H}_2 &= \frac{e^2}{2\epsilon_0 V} \sum_{\substack{k,q(q \neq 0) \\ \sigma\sigma'}} \frac{1}{q^2} c_{k+q,\sigma}^\dagger c_{p-q,\sigma'}^\dagger c_{p\sigma'} c_{k\sigma}, \\ \hat{N} &= \sum_{n,\alpha} c_{n\alpha}^\dagger c_{n\alpha}. \end{aligned}$$

Tehtävä 3: Valon sironta

Selitä lyhyesti:

- (a) Rayleigh- ja Thomson-sironta.
- (b) Raman-sironta (\Rightarrow Stokes ja anti-Stokes siirtymät).
- (c) Lambin siirtymä.

Tehtävä 4: Relativistinen formalismi

Selitä lyhyesti:

- (a) Kleinin-Gordonin yhtälön rakenne ja sen merkitys.
- (b) Diracin yhtälön rakenne ja sen merkitys.
- (c) Weylin yhtälön rakenne ja sen merkitys.

Tehtävä 5: Diracin yhtälö

Ratkaise vapaan hiukkasen Diracin yhtälö yritteellä $\psi(x) = e^{-ip \cdot x} u(p)$. Normita ratkaisu siten, että $u_{1/2}(0) = (1 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ ja $u_{-1/2}(0) = (0 \ 1 \ 0 \ 0)^T$ sekä $\bar{u}(p)u(p) = +1$. (Dirac-adjungoinnin määritelmä: $\bar{u}(p) = u^\dagger(p)\gamma^0$, missä γ^0 on Diracin γ -matriisi).

Onnea tenttiin !!!