Tfy-99.201 Moderni fysiikka I Välikoe 25.10.1994

T. Kurki-Suonio

1. Tarkastellaan hiukkasen (energia = E) liikettä tapauksessa, jossa hiukkaseen kohdistuvia voimia kuvaa 1-dim. potentiaaliporras: $E_p = 0$, x < 0, ja $E_p = E_0$, x > 0. Ratkaise systeemiä kuvaava Schrödingerin yhtälö tapauksessa $E < E_0$ (aaltofunktiota ei tarvitse normittaa). Mitä tapahtuu aaltofunktiolle, kun $E_0 \to \infty$? Milloin hiukkasen energia on kvantittunut?

2. Selitä lyhyesti:
   a) Comptonin ilmiö
   b) Rekyyliefekti absorptiossa
   c) Mössbauerin ilmiö
   d) Miten osoittaisit kokeellisesti aineen aaltoluonteen
   e) Tunneloituminen
   f) Miten lasketaan suuretta G(**r**,**p**) vastaava kvanttimekaaninen odotusarvo.

3. Lähtien 3-dim. Schrödingerin yhtälöstä johda keskeispotentiaalin tapauksessa ($E_p(\mathbf{r}) = E_p(r)$) nk. radiaalinen Schrödingerin yhtälö

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2u}{dr^2} + \left[E_p(r) + \frac{C_r\hbar^2}{2mr^2}\right]u = Eu,$$

   missä C_r on mielivaltainen vakio.

4. Vetyatomin perustilan aaltofunktio on muotoa $C\exp(-\alpha r)$. Määrää kertoimet C ja α sekä perustilan energia E_0. Laske lisäksi potentiaalienergian odotusarvo.

5. Kvanttimekaniikassa mielivaltainen aaltofuntio $\phi(x,t)$ voidaan kehittää sarjaksi

$$\phi(x,t) = \sum_n c_n(t)\,\psi_n(x),$$

   missä $\psi_n(x)$ on hermiittisen operaattorin ominaisfunktio. Osoita, että kehityskertoimien $c_n(t)$ itseisarvo ei riipu ajasta ($|c_n(t)|^2$ = vakio), jos $\psi_n(x)$ on energian ominaisfunktio.

Pallokoordinaatit:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}r^2\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$$

Trigonometriaa:

$$\sin(\alpha\pm\beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \sin(\beta)\cos(\alpha)$$

$$\cos(\alpha\pm\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta)$$