

J. Honkonen, H. Lauranto

1. Osoita, että vapaa fotoni ei voi hajota elektroni-positronipariksi. Osoita myös, että jos fotoni olisi riittävän massiivinen, prosessi olisi mahdollinen. *Vihje: Järkevä koordinaatiston valinta helpottaa laskuja.*
2. a) Johda lauseke kulmaliikemääräoperaattorin  $z$ -komponentille pallokoordinaateissa. *Vihje: Laske lauseke  $\partial/\partial\phi$ :lle ja vertaa sitä  $\hat{L}_z$ :n määritelmään.*  
b) Kvanttimekaniikassa esiintyy usein vuorovaikutuspotentiaali  $V = \mathbf{a} \cdot \hat{\mathbf{L}}$ , missä  $\hat{\mathbf{L}}$  on kulmaliikemääräoperaattori ja  $\mathbf{a}$  vakiovektori. Laske tämän potentiaalioperaattorin ominaisfunktiot ja -arvot.
3. Atomi on magneettikentässä, jonka vuontiheys on 0,25 T. Laske seuraavien termien silpoutumisenergiat elektronivolteissa:  $^1D$ ,  $^3F_4$ .
4. Laske HI-molekyylin virittämiseen tarvittavien energioiden suhde, kun molekyyli viritetään (a) ensimmäiselle värähtelyn viritystasolle ja (b) ensimmäiselle pyörimisliikkeen viritystasolle. HI-molekyylin tasapainoetäisyys on 160 pm ja värähtelyn ominaiskulmataajuus  $4,35 \cdot 10^{14}$  rad/s. Jodiatomin massa on 126,9 amu.
5. Laske ideaalikaasun niiden molekyylien suhteellinen osuus, joiden vauhti poikkeaa enintään 0,50 % (a) todennäköisimmästä vauhdista, (b) keskivauhdista ja (c) neliöllisestä keskivauhdista.

Vakioita ja kaavoja:

pallokoordinaatit  $r, \theta, \phi$ :  $x = r \sin \theta \cos \phi$ ,  $y = r \sin \theta \sin \phi$ ,  $z = r \cos \theta$

$m_e = 511 \text{ keV}/c^2 = 0,911 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$ ,

$m_p = 1,007 \text{ amu} = 938,3 \text{ MeV}/c^2 = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ,

$\text{amu} = 1,66057 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ,

$e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,

$h = 6,6262 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ,

$c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ,

$\mu_B = 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$ ,

$\mu_0 = 1,2566 \cdot 10^{-6} \text{ H/m}$ ,

$\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ ,

$k_B = 1,3805 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ ,

$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ,

MB-kaasun nopeusjakauma:  $dN/dv = 4\pi N [m/(2\pi k_B T)]^{3/2} v^2 \exp[-mv^2/(2k_B T)]$ .