Aalto-yliopisto

MS-A0202/4

Tentti, 7.9.2017 klo 13.00-16.00

Till TF:s
tentamens-
arkiv.
Hälsn. Georg

Kokeessa ei saa käyttää laskinta eikä taulukkokirjaa.

Tehtävä 1. *Olkoon* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *funktio, jolle*

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^4}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = 0 \end{cases} .$$

a) Osoita, että funktion f *arvot lähestyvät nollaa lähestyttäessä origoa pitkin mitä tahansa origon kautta kulkevaa suoraa.* (4 p.)

b) Onko funktio f *jatkuva origossa? Perustele vastauksesi.* (2 p.)

Tehtävä 2. *a) Olkoon* $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *jatkuvasti derivoituva funktio. Selitä lyhyesti, kuinka sen kuvapinnan* $z = f(x,y)$ *tangenttitason yhtälö saadaan.* (3 p.)

b) Määritä pinnan $z = \sin(xy^2)$ *normaalivektori pisteessä* $(0,0,0)$. (3 p.)

Tehtävä 3. *Etsi ja luokittele funktion* $f(x,y) = 12x^3 + y^3 + 12x^2y - 75y$ *kriittiset pisteet.* (6 p.)

Tehtävä 4. *Piirrä kuvio tasojoukosta* $D = \{(x,y) \mid 0 \le y \le 4 - x^2,\ -2 \le x \le 2\}$. *Laske sen pinta-ala* A *ja keskiön* y*-koordinaatti*

$$\overline{y} = \frac{1}{A} \iint_D y\, dA.$$

(6 p.)