Aut-74.102 Säätötekniikan matemaattiset apuneuvot   Tentti 6.3.1995

Tentissä saa olla mukana kirja: *Virkkunen: Säätötekniikan matematiikkaa.*

1. Tarkastellaan seuraavia matriiseja:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & a \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -b \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{I} \text{ on yksikkömatriisi}$$

- a. Määritä matriisi **X**, joka toteuttaa yhtälön **AX** = **I**.
- b. Määritä matriisi **X**, joka toteuttaa yhtälön **XA** = **I**.
- c. Laske **B**:n ominaisarvot.
- d. Laske $(s\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}$.
- e. Laske exp(**B**) tarkasti.
- f. Laske $\mathbf{A}(\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}$

Mikäli jokin laskutoimituksista on mahdoton, perustele miksi näin on.

2. Laplace-muunna $f(t)$, kun:

- a. $f(t) = 2t^3 - \cos(6t) + e^{-2t}\sin(3t)$
- b. $f(t) = \begin{cases} \infty, & \text{kun } t = 2 \\ 0, & \text{muulloin} \end{cases}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)d\tau = 3$
- c. $f(t) = \dfrac{1-e^{-t}}{t}$

Käänteismuunna $F(s)$, kun::

- d. $F(s) = \dfrac{s+5}{s^2+9}$
- e. $F(s) = \dfrac{s^2}{(s+1)^3}$
- f. $F(s) = \dfrac{2}{s^2-4s+16}$

3. Määrää järjestelmän

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 1.2 & -0.2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) \end{cases}$$

- a. pulssinsiirtofunktio
- b. yksikköpulssivaste
- c. vastaava differenssiyhtälö.

4. Systeemiä kuvaa epälineaarinen tilaesitys:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = 3x_1^2(t)\sqrt{x_2(t)} + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = \sqrt{\dfrac{1}{x_1(t)x_2(t)}} - 1 \\ \dot{x}_3(t) = -x_3(t) \\ y(t) = -x_1(t) + 3x_2(t)x_3(t) \end{cases}$$

- a. Ratkaise tilojen ja lähtösuureen tasapainotilojen arvot ohjauksen tasapainotilan u_s funktioina.
- b. Linearisoi tilaesitys tasapainotilaan ja esitä linearisoitu tilaesitys yleisessä muodossa:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\,u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\,\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

5.
- a. Ratkaise differentiaaliyhtälö Laplace-muunnoksen avulla:

$$y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = 2e^t, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

- b. Ratkaise differenssiyhtälö Z-muunnoksen avulla:

$$y(k+2) + 3y(k+1) + 2y(k) = 2^k, \qquad y(0) = 0, \quad y(1) = 1$$