Aut-74.102 Säätötekniikan matemaattiset apuneuvot **Tentti 23.10.1995**

Tentissä saa olla mukana kirja: *Virkkunen: Säätötekniikan matematiikkaa.*

1. Laske matriisin A käänteismatriisi A^{-1}, kun: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}, a \neq 0$

2. Laske matriisin B ominaisarvot, kun: $B = \begin{bmatrix} 1 & b \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

3. Laplace-muunna $f(t)$, kun:

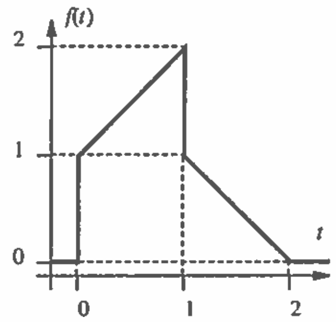
   a. $f(t) = te^t \cos(t)$ $\quad (f(t) = 0; t \leq 0)$
   b. $f(t) = 3t^4 + 3e^{-3t}\sin(2t)$ $\quad (f(t) = 0; t \leq 0)$

4. Käänteismuunna $F(s)$, kun:

   a. $F(s) = \dfrac{s+5}{s^2+3s+2}$
   b. $F(s) = \dfrac{s+1}{s^3+s^2+s}$

5. Kehitä tilaesitystä: $\begin{cases} \dot{\mathrm{x}}(t) = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathrm{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix} \mathrm{x}(t) \end{cases}$ vastaava differentiaaliyhtälö.

6. Määritä kuvassa esitetyn aikatason pulssin $f(t)$ Laplace-tason esitys $F(s)$.



7. Ratkaise differenssiyhtälö Z-muunnoksen avulla:

$$y(k+2) - 5y(k+1) + 6y(k) = 1, \qquad y(0) = 0, \quad y(1) = 0$$

8. Systeemiä kuvaa tilaesitys $\begin{cases} \dot{\mathrm{x}}(t) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \mathrm{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 0 & -2 \end{bmatrix} \mathrm{x}(t) \end{cases}$.

   Esitä vastaava diskreetti tilaesitys, kun näytteenottoväli $T = 1$ (nollannen kertaluvun pito).

9. Systeemiä kuvaa tilaesitys $\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \dfrac{x_1(t)\sqrt{u(t)}}{x_2(t)} - x_3(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_1^2(t) - x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_2^2(t) - u(t) \\ y(t) = x_1(t) - x_3(t) \end{cases}$

   Esitä systeemin tilojen ja lähtösuureen kaikkien mahdollisten tasapainotilojen arvot, kun ohjauksen tasapainotilan arvo on u_s.

10. Linearisoi tilaesitys $\begin{cases} \dot{x}_1(t) = 2 - 2 \cdot u(t)\sqrt{x_1(t) - x_2(t)} \\ \dot{x}_2(t) = 2 \cdot u(t)\sqrt{x_1(t) - x_2(t)} - 2 \cdot \sqrt{x_2(t)} \\ y(t) = 2 \cdot \sqrt{x_2(t)} \end{cases}$

    tasapainotilaansa: $u_s = 1, x_{1s} = 2, x_{2s} = 1$