

Teknillinen korkeakoulu

Mat-1.441 Matematiikan peruskurssi P1, syksy 2004

Alestalo/Kaila

Välikoe 2. 8.11.2004 klo 12-15

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

Vain funktiolaskimet ovat sallittuja!

1. Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

a) Määritä matriisin A käänteismatriisi.

b) Osoita, että $\lambda = 2$ on matriisin A ominaisarvo ja määritä sitä vastaava ominaisvektori.

2. Olkoon $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k} = [1, 2, 3]^T$ ja $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} = [x, y, z]^T$. Määritellään lineaarikuvaus L asettamalla

$$L(\mathbf{r}) = \mathbf{a} \times \mathbf{r}.$$

a) Määritä lineaarikuvauksen L matriisi A , ts. etsi sellainen matriisi A , että $\mathbf{a} \times \mathbf{r} = A\mathbf{r}$ kaikille vektoreille \mathbf{r} .

b) Jos $\mathbf{b} = \mathbf{a} \times \mathbf{r}$ tunnetaan, niin voidaanko vektori \mathbf{r} ratkaista yksikäsitteisesti?

3. Määritä

a) $D \left(\arctan \left(\frac{x}{x+1} \right) \right),$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - x}{\sin(2x - 2)},$

c) $\int (\sqrt{x} - x\sqrt[3]{x}) dx.$

4. Tarkastellaan implisiittisesti määriteltyä tasokäyrää $ye^{-xy} = x - 1$. Osoita, että käyrä kulkee pisteen $(0, -1)$ kautta ja määritä tähän pisteeseen piirretyn tangenttisuoran yhtälö.