

Mat-1.451 Svenskspråkig grundkurs i matematik 1

Mellanförhör nr 2 8.11.2004

Fyll i tydligt på varje svarpapper samtliga uppgifter. På förhörskod och -namn skriv kursens kod, namn samt slutförhör eller mellanförhör med ordningsnummer. Utbildningsprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KJO, KTA, KON, MAK, MAR, PUU, RAK, TFY, TIK, TLT, TUO, YHD.

Vid detta mellanförhör får vanliga funktionsräknare användas. Tabellsamlingar och mer avancerade räknare får inte användas. Om ni misstänker att det förekommer något tryckfel, fråga!

1.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Bestäm egenvärdena till matrisen $A^T A$ samt någon egenvektor till vart och ett av egenvärdena.

2. En 5m lång stege glider ned längs och ut från en vägg. Då dess övre ända befinner sig på höjden 3m (och den nedre ändan följdaktligen på avståndet 4m från väggen), glider den nedåt med hastigheten 20cm/s. Hur fort glider den nedre ändan ut från väggen i just det ögonblicket?
3. Calvin står under ett träd 300m in i skogen. På grund av ett allvarligt tankefel vid planerandet av sitt uppförande vill han hem! Dit är det 500m längs vägen. Calvin kan gå 4km/h i skogen och 5km/h längs vägen. Hur skall han gå för att komma hem så fort som möjligt och hur lång tid tar det honom att komma hem i så fall?
4. Tangent-funktionen $\tan :]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[\rightarrow \mathbf{R}$ är bijektiv, kontinuerlig och strängt växande och har följdaktligen en inversfunktion $\arctan : \mathbf{R} \rightarrow]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ (ofta också betecknad \tan^{-1}), som även den är bijektiv, kontinuerlig och strängt växande. Visa utgående från tangent-funktionens egenskaper att inversfunktionens derivata måste vara

$$\frac{d}{dx}(\arctan x) = \frac{1}{1+x^2}$$

