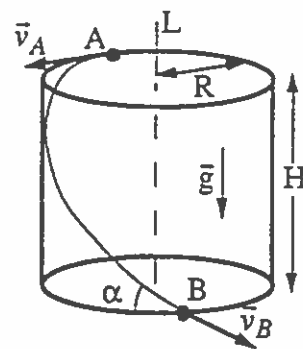
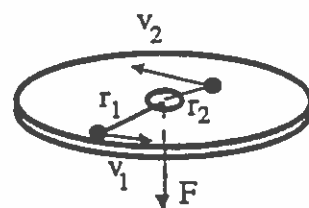


Mat-5.113 Dynamiikka II, tentti 13.5.1991

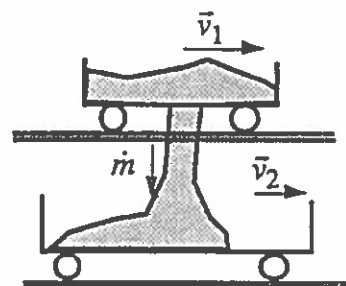
1. Partikkeli (massa  $m$ ) liikkuu painovoiman vaikutuksen alaisena kitkattomasti pitkin pystysuoran  $R$ -säteisen ympyräsilinterin pintaa. Pisteessä A partikkelin nopeusvektori  $\vec{v}_A$  ( $|\vec{v}_A| = v_A$ ) on vaakasuora. Määritä korkeus  $H$  siten, että nopeus  $\vec{v}_B$  pisteessä B muodostaa vaakatason suhteen kulman  $\alpha = 45^\circ$ .



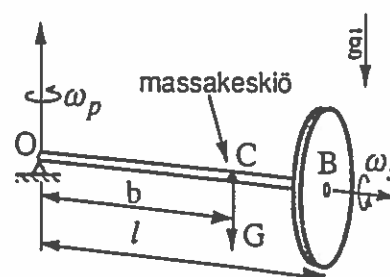
2. Partikkeli on ympyräliikkeessä (säde  $r_1$ , vauhti  $v_1$ ) kitkattomalla vaakasuoralla pöydällä ohuen langan varassa, joka kulkee pöydän keskellä olevan reiän läpi. Langasta vedetään voimalla  $F$  kunnes pöydällä olevan langan pituus  $r_2 = r_1/2$  ja partikkeli on jälleen ympyräliikkeessä. Määritä a) partikkelin vauhti  $v_2$  b) liike-energia prosentteina lähtöarvosta ja c) voiman  $F$  tekemä työ.



3. Kaksi vaunua on kuvan mukaisesti kiskoilla. Vaunujen ja kiskojen välissä ei ole kitkaa. Ylempi vaunu kulkee vakionopeudella  $v_1$  ja siitä valuu hiekkaa alussa levossa olevaan alempaan vaunuun. Massavirta on  $\dot{m}$ . Määritä alemman vaunun vauhti  $v_2$  ajan funktiona. Merkitse:  $M_1$  = ylempään vaunun massa hiekkakuormineen alussa,  $M_2$  = alemman vaunun massa ilman hiekkaa ja käytä liikemäärän säilymisen periaatetta.



4. Kuvan sauvaan kiinnitetty levy on nivelöity kitkattomasti pisteeseen O. Kappale pyörii symmetria-akselinsa ympäri kulmanopeudella  $\omega_s$  ja kulmanopeudella  $\omega_p$  pystyakselin ympäri. Mikä tulee kulmanopeuden  $\omega_p$  olla, jotta em. liike vaakatasossa olisi mahdollinen? Kappaleen hitausmomentti symmetria-akselinsa suhteen on  $I$ .



5. Määritä Lagrangen yhtälöillä kuvan mukaisen sauvasysteemin liikeyhtälöt pienten heilahtelujen tapauksessa. Sauva oletetaan massattomaksi ja se on nivelöity alapäästään kitkattomasti. Sauvan päässä olevaan pistemäiseen massaan vaikuttaa painovoima.

