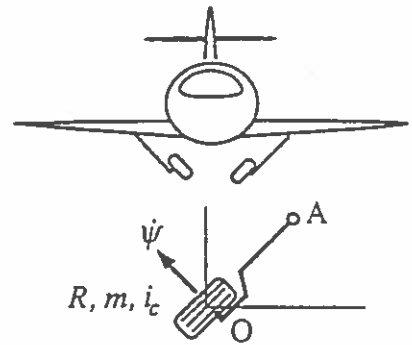


Mat-5.113 Dynamiikka II, tentti 12.11.1991

1. Johda pallokoordinaatiston kantavektoreiden aikaderivaatat ( $\dot{\vec{e}}_r, \dot{\vec{e}}_\theta, \dot{\vec{e}}_\phi$ ) käyttäen hyväksi kaavaa (2.3.6):  $\dot{\vec{B}} = \vec{\omega} \times \vec{B}$ . *esim 2.3.1*

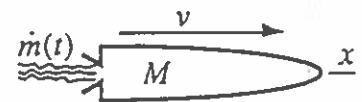
2. Lentokone irtautuu kiitoradasta nopeudella  $\vec{v}$ , joka on likimain vaakasuora. Se kääntää laskutelineen pyörät siipien sisään vakiokulmanopeudella  $\dot{\theta}$ . Pyörän ja kiitoradan kosketuksen lakattua pyörä jää pyörimään akselinsa ympäri. Laske pyörimisestä [unohda siis painovoima] tukipalkkiin OA aiheutuva momentti [vektori]. Pyörän ulkosäde on  $R$ , massa  $m$  ja hitaussäde  $i_c$ .



*ohje:* Ratkaisusta tulee käydä yksiselitteisesti ilmi momenttivektorin suunta, joten merkitse selvästi näkyviin valitsemasi koordinaattiakselit ym.

3. Kuun keskimääräinen etäisyys maasta on noin  $60 R$ , jossa  $R$  on maapallon säde, ja massa noin  $M/80$ , jossa  $M$  on maapallon massa. Kuinka suuri alkunopeus tulee olla raketilla, joka lähtee maan ja kuun puolivälissä sijaitsevalta avaruusasemalta, jotta se saavuttaisi kuun?  $R = 6370 \text{ km}$ ,  $K = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$ ,  $M = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ . [Ohje: Käytä energiaperiaatetta.]

4. Kuvan esittämä raketti liikkuu suoraviivaisesti pitkin  $x$ -akselia ilman ulkoisen voiman vaikutusta. Johda kohtuullisen täsmällisesti raketin liikeyhtälö  $M\dot{v} = \dot{m}u$ , jossa  $v(t)$  on raketin nopeus,  $u(t)$  on polttoaineen palamissuihkun poistumisnopeus raketin suhteen,  $M(t)$  on raketin ja polttoaineen yhteinen massa ja  $\dot{m}(t)$  on suihkun massavirta raketin suhteen. *esim 6.9.1*



5. Määritä kuvan esittämän kahdesta massasta ja kolmesta jousesta muodostuvan kitkattoman systeemin liikeyhtälöt Lagrangen menettelyllä. Jouset ovat siirtymien  $x_1$  ja  $x_2$  arvoilla nolla lepopituudessaan.

