

A''**MS-A0002 Matriisilaskenta****Tentti 5.9.2016 klo 13-16**

Aalto-yliopisto

Kokeessa ei saa käyttää laskinta eikä taulukkokirjaa.

Tehtävä 1. Etsi Gaussin algoritmin avulla seuraavien yhtälöryhmien ratkaisut tai osoita, että ratkaisua ei ole olemassa:

$$a) \begin{cases} x + y - z = 9 \\ 8y + 6z = -6 \\ -2x + 4y - 6z = 40 \end{cases}, \quad b) \begin{cases} 4y + 3z = 8 \\ 2x - z = 2 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}.$$

Tehtävä 2. Etsi matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 3 \\ 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ominaisarvot ja jotkin niistä vastaavat ominaisvektorit (3p). Mitä nämä kertovat matriisin esittämästä lineaarikuvauksesta? Kerro vähintään kolme asiaa (1p / asia).

Tehtävä 3. Oletetaan, että kääntyvälle matriisille A pätee $A^T = A$, eli että matriisi on symmetrinen. Osoita, että tällöin myös sen käänteismatriisi A^{-1} on symmetrinen.

Tehtävä 4. Diagonalisoi matriisi A ja todista sitä hyväksikäyttämällä kaava A^k :lle:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad A^k = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + 3^k & 1 - 3^k \\ 1 - 3^k & 1 + 3^k \end{bmatrix}.$$