



MS-A0002 Matriisilaskenta
Tentti 29.5.2019 klo 16.30-19.30

Till TF:s
 tenttamenus -
 arkiv.
 Hälsu. Georg

Tentissä ei saa käyttää laskimia eikä taulukkokirjoja.

Tehtävä 1: a) Sievennä kompleksiluku

$$\frac{3i}{2 - 4i}$$

muotoon $x + yi$, missä x, y ovat reaalilukuja. (2p)

b) Etsi kaikki kompleksiluvut $z \in \mathbb{C}$, jotka toteuttavat yhtälön $z^2 = i$. (2p)

c) Olkoon neliömatriisi A sellainen, että $A^2 = A$. Voiko luku 2 olla matriisin A ominaisarvo? Perustele vastauksesi. (2p)

Tehtävä 2: a) Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \\ x_1 - 3x_2 - 9x_3 = 0 \\ -x_1 - 3x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$$

Gaussin eliminaatiolla. (4p)

b) Piste $(x_1, x_2, x_3) = (1, -1, 0)$ toteuttaa yhtälöryhmän

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4x_3 = 1 \\ x_1 - 3x_2 - 9x_3 = 4 \\ -x_1 - 3x_2 - 3x_3 = 2 \end{cases}$$

Onko se kyseisen yhtälöryhmän ainoa ratkaisu? Perustele vastauksesi. (2p)

Tehtävä 3: a) Ovatko seuraavat yhtälöt totta vai tarua? Jos totta, perustele, jos tarua, anna vastaesimerkki. A, B, C ovat 2×2 matriiseja ja I on 2×2 identiteettimatriisi.

i) $\det(I + A) = 1 + \det(A)$, (1p)

ii) $\det(ABC) = \det(A) \det(B) \det(C)$, (1p)

iii) $\det(2A) = 2 \det(A)$. (1p)

b) Etsi determinantin avulla ne vakiot $a \in \mathbb{R}$, joilla matriisi

$$M = \begin{bmatrix} 3 & 3 & a \\ -2 & 5 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

on singulaarinen (ei-kääntyvä).

(3p)

Tehtävä 4: Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

a) Diagonalisoi A .

(4p)

b) Laske A^{2019} . Vastaukseen saa jäädä eksponenttimuotoisia lausekkeita (esim. 3^{2019}).

(2p)
