Institutionen för matematik och systemanalys
Aalto-universitetet, högskolan för teknikvetenskaper
Metsalo

MS-A0009 Matrisräkning

Deltentamen nr 1, 1.10.13

Fyll i tydligt *på varje svarpapper* samtliga uppgifter. På *förhörskod och -namn* skriv kursens kod, namn samt *slutförhör* eller *mellanförhör* med ordningsnummer. Examenprogrammen är ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TFM, TIK, TLT, TUO, YYT.

Vid denna deltentamen får varken räknare eller tabellsamlingar användas.
Fråga om ni misstänker att det förekommer något tryckfel!

1. $z = 2 - i$ och $w = 4 + 3i$. Ge följande två tal på formen $a + bi$ $(a, b \in \mathbf{R})$:
   a) $(1 - 2i) \cdot w - \bar{z} \cdot |w|$ b) z/w

2. Fibonacci-följden definieras som $f_0 = f_1 = 1, f_{n+1} = f_n + f_{n-1}$ för $n \in \mathbf{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$. Då är $f_0 = (5/3)^0$. Visa att $f_n < (5/3)^n$ för $n \in \mathbf{N}$.

3. a) Låt A vara en inverterbar $n \times n$-matris. Visa att i så fall är även A:s transponatmatris A^T inverterbar och att $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$. Förklara vilka egenskaper hos matriser som används i beviset samt var de används.
   b) Låt A och B vara inverterbara $n \times n$-matriser. Visa att i så fall är även produkten AB inverterbar och att $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. Förklara åter.

4. Planen $\Pi_1 : 2x + 5y - 4z = 0$ och $\Pi_2 : x - 4y + 3z = 0$ är inte parallella, så de skär längs en linje L_1 i xyz-rummet. Planen $\Pi_3 : 3x + y - z = 0$ och $\Pi_4 : -x + y = 9$ är inte heller parallella, så de skär längs en (annan) linje L_2. Undersök om L_1 och L_2 skär i någon punkt $P : (x, y, z)$ eller inte. Om de skär, bestäm även skärningspunkten.