

**MS-A0103 Differentiaali- ja integraalilaskenta 1**

**1. välikoe 2.10.2013 klo 17–19.**

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin.

1. Tarkastellaan yhtälön  $f(x) = 0$  numeerista ratkaisemista Newtonin menetelmän avulla.
  - a) Selitä, miten menetelmään liittyvä palautuskaava

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

saadaan funktion kuvaajalle piirretyn tangenttisuoran avulla. Piirrä kuvio.

- b) Laske ensimmäinen askel  $x_1$  yhtälölle  $x^3 - 2 = 0$ , kun  $x_0 = 2$ .

2. a) Suppeneeko sarja

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+2}{5^n}?$$

- b) Millä muuttujan  $x \in \mathbf{R}$  arvoilla potenssisarja

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+2}{5^n} x^n$$

suppenee?

3. a) Määritä funktion  $f(x) = \sin(x^2)$  toinen derivaatta  $f''(x)$ .
  - b) Laske raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{1 - \cos x}$$

soveltamalla L'Hospitalin sääntöä kaksi kertaa.

4. Pyramidihuijarin luxemburgilaiselle pankkitilille keräämien sijoitusten arvo  $y = y(t)$  ajan  $t$  funktiona toteuttaa differentiaaliyhtälön

$$y' = ky, \quad k > 0 \text{ vakio,}$$

ja alkuehdon  $y(0) = 1000$  euroa. Viranomaisten puuttuessa huijaukseen hetkellä  $t = 2$  vuotta tilillä oleva summa on  $y(2) = 10^6$  euroa. Määritä näiden tietojen perusteella kerroin  $k$ . Vastaukseksi riittää tarkka arvo.