

MS-A0105 Differentiaali- ja integraalilaskenta 1

1. välikoe 2.10.2013 klo 17–19.

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin.

1. Tarkastellaan yhtälön $f(x) = 0$ numeerista ratkaisemista Newtonin menetelmän avulla.

a) Selitä, miten menetelmään liittyvä palautuskaava

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

saadaan funktion kuvaajalle piirretyn tangenttisuoran avulla. Piirrä kuvio.

b) Laske ensimmäinen askel x_1 yhtälölle $x^3 - 2 = 0$, kun $x_0 = 2$.

2. a) Suppeneeko sarja

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+2}{5^n}?$$

b) Millä muuttujan $x \in \mathbf{R}$ arvoilla potenssisarja

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+2}{5^n} x^n$$

suppenee?

3. a) Määritä funktion $f(x) = \sin(x^2)$ toinen derivaatta $f''(x)$.
b) Laske raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{1 - \cos x}$$

soveltamalla L'Hospitalin sääntöä kaksi kertaa.

4. Pyramidihuijarin luxemburgilaiselle pankkitilille keräämien sijoitusten arvo $y = y(t)$ ajan t funktiona toteuttaa differentiaaliyhtälön

$$y' = ky, \quad k > 0 \text{ vakio,}$$

ja alkuehdon $y(0) = 1000$ euroa. Viranomaisten puuttuessa huijaukseen hetkellä $t = 2$ vuotta tilillä oleva summa on $y(2) = 10^6$ euroa. Määritä näiden tietojen perusteella kerroin k . Vastaukseksi riittää tarkka arvo.