

Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos

Malinen/Lindfors

MS-A0102 Differentiaali- ja integraalilaskenta 1 (SCI)

MS-A0103 Differentiaali- ja integraalilaskenta 1 (ELEC1)

MS-A0105 Differentiaali- ja integraalilaskenta 1 (ENG1)

Kurssitentti ja tentti 14.12.2017

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin.

Merkitse paperiisi selvästi, onko kysymyksessä kurssitentti (vain kurssille MS-A0102 periodissa II/17) vai varsinainen tentti (jolloin arvosana määräytyy ilman laskuharjoituspisteitä jopa kurssilla MS-A0102).

Valitse viisi tehtävää seuraavista kuudesta tehtävästä.

(Jos kuitenkin vastaat kuuteen, jätetään parhaimman pistemäärän saanut tehtävä pois kokonaispisteistä.)

1. Määritä kaikki reaaliluvut $x \in \mathbb{R}$, joilla sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} x^n$$

suppenee. Tutki myös mahdolliset suppenemisvälin päätepisteet.

2. Laske seuraavat raja-arvot:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - 1}{x^2} \quad \text{ja} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x}.$$

3. Tarkastellaan yhtälön $f(x) = 0$ numeerista ratkaisemista Newtonin menetelmän avulla.

a) Selitä, miten menetelmään liittyvä palautuskaava

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

saadaan funktion kuvaajalle piirretyn tangenttisuoran avulla.

b) Laske ensimmäinen askel x_1 yhtälölle $x^4 - 2 = 0$, kun $x_0 = 2$.

KÄÄNNÄ!

4. Määritä funktion $f(x) = e^x \sin 2x$ Maclaurin-polynomi $P_3(x)$.
(Maclaurin-polynomi = Taylor-polynomi, kun $x_0 = 0$)

5. Laske integraalit

$$\int_1^e x \ln x \, dx \quad \text{ja} \quad \int_0^{\pi^2} \sin(\sqrt{x}) \, dx.$$

Vihje: Jälkimmäiseen voi sijoittaa $x = u^2$.

6. Määritä differentiaaliyhtälön $y'' + 2y' + y = e^{2x}$ yleinen ratkaisu $y = y(x)$.

KÄÄNNÄ!