

Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos

Malinen

MS-A0102 Differentiaali- ja integraalilaskenta 1

MS-A0103 Differentiaali- ja integraalilaskenta 1

~~MS-A0104 Differentiaali- ja integraalilaskenta 1~~

MS-A0105 Differentiaali- ja integraalilaskenta 1

Tentti 25.5.2018

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin.

Valitse viisi tehtävää seuraavista kuudesta tehtävästä. Jos kuitenkin vastaat kuuteen näistä, jätetään parhaimman pistemäärän saanut tehtävä pois kokonaispisteistä.

1. Määritä kaikki reaaliluvut $x \in \mathbb{R}$, joilla sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3n}{2^n} x^n$$

suppenee. Tutki myös mahdolliset suppenemisvälin päätepisteet.

2. Laske seuraavat raja-arvot:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^{1/3} - 1}{x} \quad \text{ja} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x-1}.$$

3. a) Laske funktion $\tan x$ derivaatta (olettaen funktioiden \sin ja \cos derivaatat tunnetuiksi).
b) Johda a)-kohdan tuloksesta käänteisfunktion $f(x) = \arctan x$ derivaatan lauseke.

KÄÄNNÄ!

4. Määritä funktion $f(x) = e^x \sin x$ Maclaurin-polynomi $P_3(x)$.
(Maclaurin-polynomi = Taylor-polynomi, kun $x_0 = 0$)

5. Laske integraalit

$$\int_0^\pi \cos x \sqrt{\sin x} \, dx$$

ja

$$\int_0^1 x \sin x \, dx.$$

Vihje: Ensimmäisessä sijoitus $t = \sin x$ voi auttaa yllättävällä tavalla.

6. Määritä differentiaaliyhtälön $y'' - 3y' + 2y = 60e^{5x}$ yleinen ratkaisu $y = y(x)$.

KÄÄNNÄ!