

MS-A0202 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2

1. välikoe 2.10.2013 klo 17–19.

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin.

1. Tutki, onko funktiolla

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 + (y-x)^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

origossa raja-arvoa. Onko funktio jatkuva origossa?

2. Olkoon

$$w = \frac{x^2 y^3}{z^4}.$$

- a) Kirjoita w :n differentiaali dw .
- b) Arvioi differentiaalilla w :n prosentuaalinen muutos ja sen suunta (nousu/lasku), kun x kasvaa 1%, y kasvaa 2% ja z kasvaa 3%.
3. a) Määrittele funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ gradientti ja kerro muutamalla lauseella, mitä se kuvaa.
- b) Laske funktion $f(x, y) = x^2 y$ muutosnopeus pisteessä $(-1, -1)$ vektorin $\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ suuntaan.
- c) Mihin suuntaan b-kohdan funktio vähenee voimakkaimmin?