Aalto-yliopisto

MS-A0202

Loppukoe, 13.12.2018

Till TF:s tentamens-arkiv. Hälsn. Georg

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukkokirjoja. Vastaa kaikkiin tehtäviin.

Tehtävä 1: Laske käyrän

$$\begin{cases} x = 8t^3 \\ y = 3t^4 \\ z = 12t^2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

pituus pisteestä $(0,0,0)$ pisteeseen $(64,48,48)$. *(20 p.)*

Tehtävä 2: Olkoon $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ funktio, jolle

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2 \cos(y)}{4x^2+y^4}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = 0 \end{cases}.$$

a) Osoita, että funktion f arvot lähestyvät nollaa lähestyttäessä origoa pitkin mitä tahansa origon kautta kulkevaa suoraa. *(12 p.)*

b) Onko funktio f jatkuva origossa? Perustele vastauksesi. *(8 p.)*

Tehtävä 3: Ratkaise Lagrangen kertojien avulla, mitkä pallonkuoren $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ pisteet ovat lähimpänä ja kauimpana pisteestä $(3,1,-1)$. *(20 p.)*
(*Jos tehtävän ratkaisee jollain muulla menetelmällä perustellen, voi saada max. 15 pistettä.*)

Tehtävä 4: Laske integraali

$$\iint_D \frac{1}{(x^2+y^2)^2} dx dy$$

missä $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4 < x^2 + y^2 < 16 \text{ ja } y > 0\}$ *(20 p.)*.

Tehtävä 5: Selitä lyhyesti (1–5 riviä per termi) seuraavat käsitteet: *(4 p. per kohta)*.

a) Taylorin kehitelmä

b) pienimmän neliösumman menetelmä

c) satulapiste

d) Jacobin determinantti

e) Hessen matriisi