



Aalto-yliopisto

Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos

Kurssitentti ja tentti 5.4.2018

Malinen/Lindfors

MS-A0203 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (ELEC1)
MS-A0205 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (ENG1)
MS-A0206 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (ENG2)

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin.

Valitse VIISI tehtävää seuraavista kuudesta tehtävästä.

(Jos kuitenkin vastaat kuuteen, jätetään parhaimman pistemäärän saanut tehtävä pois kokonaispisteistä.)

1. Laske spiraalinpätkän

$$\begin{cases} x(t) = e^{-t} \cos t, \\ y(t) = e^{-t} \sin t, \end{cases}$$

kaaripituus, jossa parametri $t \in [0, \tau]$. Mitä tapahtuu kun $\tau \rightarrow \infty$?

2. Etsi kaikkien niiden pisteiden (x, y) muodostama joukko, joissa pinnan $z = x^2 - y^2$ normaali on $\pi/4$ rad kulmassa z -akselia vastaan.
3. Johda funktion $f(x, y) = e^{-x-y} \sin(x - y)$ toisen kertaluvun Taylorin polynomi pisteen $(0, 0)$ ympäristössä.

KÄÄNNÄ!

4. Määritä funktion

$$f(x, y, z) = x + 2y + \frac{z^2}{2}$$

suurin ja pienin arvo pallolla $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ käyttämällä Lagrangen menetelmää.

5. Laske napakoordinaatistossa annetun käyrän $r = \sin \frac{\theta}{2}$, $\theta \in [0, 2\pi)$, rajaaman alueen D pinta-ala $A = \int \int_D dA$. Hahmottele käyrää ensin graafisesti.

Vihje: Integroinnissa on apua kaavasta $2 \sin^2 \frac{\theta}{2} = 1 - \cos \theta$.

6. Tarkastellaan $2a$ -säteistä ympyrälevyä D , jonka keskelle on porattu a -säteinen reikä, $a > 0$. Levyn paksuutta merkittäköön $h > 0$, ja oletettakoon materiaalin tiheyden olevan vakio ρ_0 .

Pyöritetään levyä (kenties jonkinlaisten massattomiksi ajateltujen puolien varassa) keskipisteensä ympäri, jolloin sen hitausmomentiksi saadaan

$$I_z = \iiint_D \rho_0(x^2 + y^2) dV,$$

missä integraalissa pyörimisakseli on ajateltu z -akseliksi.

Etsi arvo geometriselle vakiolle k , jolla hitausmomentti saadaan esitettyä muodossa $I_z = kma^2$, missä m on levyn kokonaismassa.

KÄÄNNÄ!