

Differentiaali- ja integraalilaskenta 2
MS-A0202 (SCI), MS-A0204 (ELEC2)

Rasila

Tentti

8.9.2016

Laskimet ja taulukot ehdottomasti kiellettyjä.

1. Laske spiraalinpätjän

$$\begin{cases} x(t) = e^{-t} \cos t, \\ y(t) = e^{-t} \sin t, \end{cases}$$

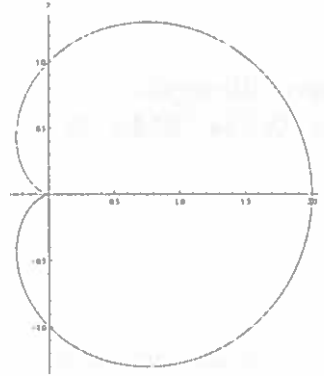
kaaripituus, jossa parametri $t \in [0, \tau]$. Mitä tapahtuu kun $\tau \rightarrow \infty$?

2. Määritä pinnan $x^3 + 3x^2y + y^2 + \sin z = 11$ normaalivektori pisteessä $(1, 2, 0)$.
3. Johda funktion $f(x, y) = e^{-x} \sin y$ toisen kertaluvun Taylorin polynomi pisteen $(0, 0)$ ympäristössä.

Till TF:is
funktioms-
arkiv.
Hälson. [neong]

KÄÄNNÄ!

4. Laske napakoordinaatistossa annetun kardioidin $r = 1 + \cos \theta$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$, pinta-ala. (Vihje: $\cos^2 \theta = (1 + \cos 2\theta)/2$.)



Kuva 1: Kardioidi.

5. Ensimmäisen luokan kabaree- ja dragravintola *Moulin Rougen* Cancanesitysten viihdyttävyys on ekonometrisen mallinnuksen (J. Vartiainen, 2013) perusteella havaittu olennaisesti riippuvan vain puuterin ja huiskujen määrästä. Toimitusjohtaja Mme. de Pompadourin ainoana toiveena on maksimoida myllynsä tuotto, joka on suoraan verrannollinen Cancanesitysten viihdyttävyyteen.

Olkoon *Moulin Rougen* yhdessä illassa kuluttama puuterin ja huiskujen määrät x_1 (yksikkö kg) ja x_2 (kappalemäärä), jossa puuteri maksaa 3 €/kg ja huiskut 6 €/kpl. Mme. de Pompadourin käyttökate antaa kuitenkin mahdollisuuden vain 300 € sijoitukseen kutakin kabareeiltaa kohden.

Ikävä kyllä, Mme. de Pompadour oli valitettavan tarkkaamaton juuri sillä luennolla, jolla comte de Lagrangen esittämä *kertojien menetelmä* opetettiin. Auta häntä optimoimalla kreivi Lagrangen kertojien menetelmällä Cancanesityksen tuotto

$$S = 50x_1 - 0.5x_1^2 + 75x_2 - x_2^2$$

$$\text{rajoitusehdolla } 3x_1 + 6x_2 = 300.$$

Anna vastaukseksi huiskujen ja puuterin optimimäärät sekä saavutettu maksimituotto.

KÄÄNNÄ!