



Aalto-yliopisto

Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos

Tentti 10.5.2017

Malinen

MS-A0205 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (ENG1)

MS-A0206 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (ENG2)

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin.

1. Tarkastellaan sykloidia $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$. Laske sen yhden jakson kaarenpituus, jossa t vaihtelee välillä $[0, 2\pi]$.

Vihje: Kaavasta $1 - \cos t = 2 \sin^2(t/2)$ on apua integraalin laskussa.

2. Määritä pinnan $x^3 + 3x^2y + y^2 + 2 \cos z = 13$ jokin normaalivektori pisteessä $(1, 2, 0)$.
3. Määritä funktion $f(x, y, z) = 2x - 4y + 8z$ suurin ja pienin arvo pallopinnalla $x^2 + y^2 + z^2 = 21$ Lagrangen kertojien menetelmällä.
4. Laske yksikköympyrälevyn puolikkaan painopisteen se koordinaatti, joka ei ole ilmeinen symmetrian perusteella. Toisin sanoen: etsi painopisteen y-koordinaatti käyrän $y = \sqrt{1 - x^2}$, $-1 \leq x \leq 1$, ja x-akselin rajoittamalle alueelle.

Vihje: Integroinnissa napakoordinaatit auttavat.

5. Ympyränmuotoisen R -säteisen levyn D lämpötila $T = T(r)$ laskee keskipisteestä mitatun etäisyyden r funktiona keskipisteen arvosta 100 lineaarisesti reunan arvoon 0. Muodosta lämpötilan lauseke $T(r)$ ja laske levyn keskilämpötila

$$\bar{T} = \frac{1}{A} \iint_D T dA.$$