

MS-A0207 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (Chem)
Tentti 8.9.2016

*Kirjoita jokaiseen koepaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ym. tiedot!
Laskimia tai taulukoita ei saa käyttää tässä kokeessa!*

1. Oleta, että f on jatkuvasti derivoituva funktio: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ja että $a \in \mathbb{R}$. Osoita, että jos $u(t, x) = f(x - at)$ niin u on osittaisdifferentiaaliyhtälön

$$\begin{aligned}u_t(t, x) + au_x(t, x) &= 0, \quad t > 0, \quad x \in \mathbb{R} \\ u(0, x) &= f(x), \quad x \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

ratkaisu.

2. Funktiosta f tiedetään, että $f(1, 2) = 3.56$, $f(1.1, 1.9) = 3.52$ ja $f(0.9, 1.8) = 3.57$. Määritä luvun $f(1.2, 2.1)$ approksimaatio derivaatan avulla.

3. Selitä miten Newtonin menetelmällä voidaan approksimatiivisesti ratkaista yhtälösystemi

$$\begin{aligned}y^2 &= x + 1, \\ x^2 &= y + 2.\end{aligned}$$

Laske joko yksi iteraatiokierros alkuarvoilla $x_0 = 1, y_0 = 1$ tai selitä millä komennoilla voidaan laskea (monta) iteraatiota esimerkiksi matlab/octavella.

4. Teekkari T halusi määrittää funktion $f(x, y)$ paikalliset ääriarvot ja haki pisteen, missä funktion f gradientti on nollavektori ja sitten hän laski funktion toinen derivaatta tässä pisteessä. Seuraavana päivänä hänen muistiinpanonsa olivat sekaisin eikä hän muistanut oliko hän saanut toisen derivaatan arvoksi

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{vai} \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}?$$

Mikä matriiseista A ja B on funktion f toinen derivaatta ja minkälaisesta ääriarvopisteestä on mahdollisesti kyse? Perustele!

5. D on kolmion, jonka kulmapisteet ovat $(1, -2)$, $(1, 4)$ ja $(-2, 4)$, sisäpuolelle jäävä alue. Määritä integroimisrajat seuraavissa lausekkeissa:

$$\iint_D f(x, y) \, dA = \int_?^? \left(\int_?^? f(x, y) \, dx \right) dy \quad \text{ja} \quad \iint_D f(x, y) \, dA = \int_?^? \left(\int_?^? f(x, y) \, dy \right) dx.$$

Piirrä kuvio!