

A

Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (CHEM)

MS-A0207

Hakula

Tentti, 5.4, 2018

T

Moniosaisten tehtävien osien painoarvo on sama ellei muuta ole erikseen osoitettu. Kokeessa ei saa käyttää laskimia.

Valitse viisi tehtävää seuraavista!

TEHTÄVÄ 1 Olkoon funktio $f(x, y, z) = 4x^3 - 2xy^2z + 5yz^4$. a) Mihin suuntaan $f(x, y, z)$ kasvaa nopeimmin pisteessä $(2, -2, 1)$? Mikä on funktion derivaatta tähän suuntaan? b) Laske $\iiint_D f(x, y, z) dV$, kun $D = [0, 1]^3$ (yksikkökuutio).

TEHTÄVÄ 2 Lausutaan funktio $f(x, y)$ napakoordinaattien avulla:

$$f(x, y) = f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) = F(r, \varphi).$$

Esitä lauseke

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2$$

napakoordinaattien ja funktion F osittaisderivaattojen avulla.

TEHTÄVÄ 3 Millä vakion a arvoilla funktiolla

$$f(x, y) = e^{x^2} - 2 \cos y + axy$$

on suhteellinen minimikohta origossa?

TEHTÄVÄ 4 Etsi pisteen $(a, 0)$ lyhin etäisyys paraabelista $y^2 = 4x$ käyttämällä Lagrangen kertoimia.

TEHTÄVÄ 5 Tason kolme pistettä $(-1, 1)$, $(-1, -2)$, $(3, 3)$, muodostavat kolmion D . Laske integraali $\iint_D xy \, dx \, dy$.

TEHTÄVÄ 6 Laske $\int_V xyz \, dv$, kun V on pallon oktantti

$$\{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}.$$

Riemullista Wapun odotusta!