



MS-A0305

Tentti, ti 25.4.2017 klo 16:30 - 19:30.

Aalto-yliopisto

Ei laskimia, ei taulukkokirjoja. Tehtävät eivät välttämättä ole vaikeusjärjestyksessä. Osittaisestakin ratkaisusta voi saada pisteitä. **Merkitse jokaiseen paperiin selvästi tunnistetiedot.**

Tehtävä 1: Olkoon $F(x, y, z) = yi + xj + zk$, ja olkoon C helix-käyrä $r = 2 \cos(t)i + 2 \sin(t)j + tk$, missä $t \in [0, 2\pi]$. Laske viivaintegraali

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$

Tehtävä 2: Olkoon S pinta $x + y + z = 1$, kun $x \geq 0$, $y \geq 0$ ja $z \geq 0$. Laske pintaintegraali

$$\iint_S 6xy \, dS.$$

Tehtävä 3: Laske vektorikentän $\mathbf{F} = z^2\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$ divergenssi ja roottori.

Tehtävä 4: Laske Greenin kaavaa ja vektorikenttää $\mathbf{F} = -\frac{y}{2}\mathbf{i} + \frac{x}{2}\mathbf{j}$ käyttäen käyrän $\mathbf{r} = \sin(2t)\mathbf{i} + \sin(t)\mathbf{j}$, $t \in [0, \pi]$ rajaaman alueen pinta-ala.

Vihjeitä:

Gaussin kaava:

$$\iiint_D \operatorname{div} F \, dV = \oiint_S F \cdot \hat{\mathbf{N}} \, dS$$

Greenin kaava:

$$\iint_D \operatorname{curl} F \cdot \mathbf{k} \, dA = \oint_C F \cdot d\mathbf{r}$$