

Aalto-universitetet

Björn Ivarsson, 050-4067 832

Mellanföreläsning 2, torsdag 07.04.2016, kl 0900 - 1200

Differential- och integralkalkyl 3, MS-A0309.

Hjälpmedel: Skrivdon.

Motivera dina lösningar! Att endast lämna svar ger inga poäng.

- (1) Låt $a > 0$ och låt γ vara randkurvan till

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq a^2, y \geq 0\}$$

orienterad moturs. Beräkna

$$\oint_{\gamma} (\sin x + 3y^2) dx + (2x - e^{-y^2}) dy.$$

(6p)

- (2) Låt $\vec{F}(x, y, z) = (z^2, x^2y, y^2z)$.

(a) Beräkna divergens och rotation av vektorfältet \vec{F} . (2p)

(b) Beräkna flödet av vektorfältet \vec{F} ut ur mängden som begränsas av ytorna $x^2 + y^2 = 2$, $z = 0$, $z = 4$ och $y = 0$ och ligger i halvrummet $y \leq 0$. (4p)

- (3) Verifiera Stokes sats

$$\iint_S \text{Curl } \vec{F} \cdot \vec{N} dS = \int_{\partial S} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

för vektorfältet $\vec{F}(x, y, z) = (y, 2x, x)$ och ytan

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, y \geq 0\}$$

och ∂S är den positivt orienterade randkurvan till S . (6p)

- (4) Låt

$$\vec{F}(x, y, z) = \frac{-1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}(x, y, z)$$

då $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$.

(a) Skriv detta vektorfält i sfäriska koordinater. (2p)

(b) Beräkna $\text{div } \vec{F}$ i sfäriska koordinater. (4p)

Lycka till!