

---

**A!**

Diskreetin matematiikan perusteet

MS-A0401

Hakula

Tentti, 13.12.2018

---

**T**

Tämä on TENTTI, joka arvioidaan erillisenä suorituksena. Jatkuvalta arvioinnilla ei ole osuutta kokeen arvostelussa, ellei asiasta ole erikseen sovittu luennoitsijan kanssa. Moniosaisten tehtävien osien painoarvo on sama ellei muuta ole erikseen osoitettu. Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita.

TEHTÄVÄ 1 Osoita matemaattisen induktion avulla, että ( $n \in \mathbb{N}$ )

$$1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1.$$

TEHTÄVÄ 2 Olkoot  $G = (V, E)$  ja  $H = (W, F)$  graafit:

$$V = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}, E = \{(u_1, u_2), (u_1, u_3), (u_2, u_4), (u_3, u_4)\},$$

$$W = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}, F = \{(v_3, v_1), (v_3, v_2), (v_1, v_4), (v_2, v_4)\}.$$

Osoita, että  $G$  ja  $H$  ovat isomorfisia.

TEHTÄVÄ 3 (a) Kuinka monen opiskelijan on ilmoitauduttava kursille, jotta ainakin kaksi saa varmasti saman pistemäärän, kun pisteitä voi saada 0–100 pistettä? (b) Osoita, että jokaista kokonaislukua  $n \in \mathbb{N}$  vastaa sen monikerta  $kn$ , ( $k \in \mathbb{N}$ ), jonka desimaaliesityksessä on vain nollia ja ykkösiä.

TEHTÄVÄ 4 Esitä RSA-salauksen toiminta: salaus ja purku.

TEHTÄVÄ 5 Etsi neliön symmetriaryhmän alkioita ja muodosta niiden kertotaulu, kun ryhmäoperaatio on kuvausten yhdistäminen. Piirrä kuva!