



Aalto-yliopisto

MS-A0402 / Kevät 2017

Tentti, 25.4.2017 klo 16.30-19.30

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukkokirjoja.  
Ratkaise kaikki kuusi tehtävää, kukin niistä on kuuden pisteen arvoinen.

Jos olet rästisuorittamassa loppukoetta, **merkitse tämä vastauspaperiin selvästi!**

**Tehtävä 1:** a) Olkoot  $A$ ,  $B$  ja  $C$  joukkoja, joille pätee  $A \times C = B \times C$  ja  $C \neq \emptyset$ . Osoita, että  $A = B$ .

b) Todista induktiolla, että  $\sum_{k=1}^n 2^k = 2^{n+1} - 2$ .

**Tehtävä 2:** Selitä käsitteet injektio ja surjektio. Perustele tarkasti miksi funktio  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(n) = n^2$  on injektio muttei surjektio.

**Tehtävä 3:** a) Viisi pelikorttia normaalista 52 kortin pakasta asetetaan riviin. Montako sellaista riviä on olemassa, jossa kaikki kortit ovat samaa maata?

b) Entä montako erilaista sellaista viiden pelikortin riviä on olemassa, jossa esiintyy täsmälleen yksi kuningatar?

Perustele vastauksesi.

Vastauksia ei tarvitse laskea auki, niihin saa jäädä esim. kertomerkkejä, potensseja, summia, binomikertoimia, multinomikertoimia ja kertomia.

**Tehtävä 4:** a) Mikä on jakojäännös, kun luku  $4^{119}$  jaetaan luvulla 7?

b) Määritä luvun 7 käänteisalkio joukossa  $\mathbb{Z}_{12}$  ja ratkaise yhtälö  $7x \equiv 9$  joukossa  $\mathbb{Z}_{12}$ .

**Tehtävä 5:** Montako olennaisesti erilaista tapaa on värittää säännöllisen viisikulmion kärjet, kun viisikulmiota saa liikuttaa tasossa ja käytettävissä on viisi väriä?

**Tehtävä 6:** Matematiikan laitoksen suunnittelija haluaa aikatauluttaa seitsemän kurssin loppukokeet siten, että yhdelläkään opiskelijalla ei ole kahta koetta samanaikaisesti. Oletetaan, että kurssit on numeroitu numeroilla 1–7, ja että seuraavilla kurssipareilla on yhteisiä opiskelijoita: 1 ja 2, 1 ja 3, 1 ja 4, 1 ja 7, 2 ja 3, 2 ja 4, 2 ja 5, 2 ja 7, 3 ja 4, 3 ja 6, 3 ja 7, 4 ja 5, 4 ja 6, 5 ja 6, 5 ja 7, ja 6 ja 7. Piirrä tilanteesta konfliktiverkko ja etsi suunnittelijalle aikataulutus mahdollisimman vähillä koetilaisuuksilla.