



MS-A0401 / MS-A0402

Tentti, 25.5.2018 klo 13.00-16.00

Aalto-yliopisto

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukkokirjoja.  
Ratkaise kaikki kuusi tehtävää, kukin niistä on kuuden pisteen arvoinen.

Merkitse tehtäväpaperiin se kurssikoodi, jonka tenttiin olet ilmoittautunut: MS-A0401 oli syksyllä, MS-A0402 keväällä.

**Tehtävä 1:** Osoita, että kaikilla  $n \in \mathbb{Z}_+$  pätee

$$(1 + 2 + 3 + \dots + n)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3.$$

**Tehtävä 2:** Osoita, että joukot  $\mathbb{Z}$  ja  $\{2n : n \in \mathbb{N}\}$  ovat yhtä mahtavia.

**Tehtävä 3:** Tarkastellaan kirjaimista  $A, B, C, D, E, F$  muodostettuja jonoja, joissa sama kirjain saa esiintyä useammankin kerran. Vastaa seuraaviin kysymyksiin muodossa, joka syötettäisiin laskimeen (esim.  $456! \cdot 789$ ). Perustele vastauksesi lyhyesti.

- Monessako viiden pituisessa jonossa ensimmäisenä ja viimeisenä on kirjain  $A$ ?
- Montako sellaista viiden pituista jonoa on olemassa, jotka alkavat  $A$ :lla, mutta eivät lopu  $A$ :han, ja jotka eivät sisällä lainkaan  $F$ -kirjainta?
- Montako sellaista kuuden pituista jonoa on olemassa, joissa esiintyy kirjain  $A$  täsmälleen kahdesti?
- Montako sellaista kuuden pituista jonoa on olemassa, joissa esiintyy kirjain  $A$  täsmälleen kahdesti siten, että  $A$ -kirjaimet eivät ole vierekkäin?

**Tehtävä 4:** Olkoon  $G$  verkko, jolle  $V(G) = \{1, 2, 3, \dots, 99, 100\}$  ja  $(m, n) \in E(G)$  jos ja vain jos luku  $m + n$  on pariton. Selvitä verkon  $G$  kromaattinen luku. Muista perustella vastauksesi huolellisesti.

Käännä!

**Tehtävä 5:** a) Mikä on jakojäännös, kun luku  $4^{2018}$  jaetaan luvulla 7?

b) Määritä luvun 5 käänteisalkio joukossa  $\mathbb{Z}_{11}$  ja ratkaise yhtälö  $5x \equiv 9$  joukossa  $\mathbb{Z}_{11}$ .

**Tehtävä 6:** Olkoon  $f = (1\ 2\ 3)(4\ 5)(6) \in S_6$ . Tarkastellaan ryhmän  $G = \langle f \rangle \subseteq S_6$  toimintaa joukossa  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Määritä

- permutaation  $f$  matriisiesitys
- luvun 4 rata
- luvun 3 kiinnittäjäaliryhmä
- permutaation  $f^4$  kiintopisteiden joukko.